Estudios de Economía Aplicada
Nº 16, 2000. Págs. 37-61

Estimación de curvas de Engel: un enfoque no paramétrico y su aplicación al caso gallego

DEL ORO SÁEZ, C.P.
RIOBÓO ALMANZOR, J.Mª
RODRÍGUEZ REY, M.
Universidad de Santiago de Compostela

RESUMEN

En este trabajo se pretende realizar una aproximación a la determinación de curvas de Engel y elasticidades en el campo del Análisis de Presupuestos Familiares. Se revisan los modelos parámetricos más usuales en este campo y se analizan sus resultados comparándolos con una estimación de tipo no paramétrico de la función de regresión y sus derivadas. La comparación entre ambas aproximaciones se establece a nivel del grado de ajuste a través de una estimación generalizada del error cuadrático medio así como de los resultados obtenidos en el caso de la Comunidad Autónoma de Galicia.

Palabras clave: Estimación no paramétrica/ Curvas de Engel/ Elasticidades

ABSTRACT

The aim of this paper is to present an approach to Engel's curves and elasticities in the field of the analysis of Family Budgets. The most usual parametric modelling in this setting is reviewed and their framework are compared with a nonparametric estimation of regression curves and derivatives. The comparison between the two approaches is established employing a generalized estimation of the average squared error. Also, the empirical results in the case of Galicia-Spain are discussed.

Key words: Nonparametric estimation/ Engel curves/ Elasticities

Artículo recibido el 15 de octubre 1998. Aceptado 18 de marzo de 2000.

1. Introducción

Las curvas de Engel tienen por objetivo describir el cambio que se produce en el gasto en los distintos bienes de consumo en función del ingreso, así como de otras variables que se consideren relevantes en el estudio. Su origen parte de los trabajos de Engel (1857) relacionados con el presupuesto familiar, cuyas conclusiones, denominadas en la literatura "Leyes de Engel", siguen siendo, en algunos casos, válidas. Por ejemplo, es comúnmente admitido el hecho de que el gasto en alimentos aumenta con el nivel de ingresos pero a una tasa inferior a éste, es decir, la demanda de productos alimenticios es inelástica respecto al ingreso.

Desde entonces, el análisis de los presupuestos familiares se ha convertido en una de las ramas de la investigación económica más consolidadas, debido fundamentalmente al interés que suscita el conocimiento de las pautas de consumo de las economías domésticas. De hecho, en la mayor parte los países desarrollados existen encuestas periódicas específicas que recogen la distribución del gasto familiar entre los distintos bienes de consumo. Un ejemplo de ellas, es en el caso de España, la Encuesta de Presupuestos Familiares elaborada por el INE que cubre todos los gastos familiares realizados durante un momento determinado, especificando completamente la naturaleza de dicho gasto.

Las denominadas curvas de Engel tratan de establecer modelos teóricos que reflejen el comportamiento o conducta de los consumidores (en general, de una categoría de gasto) frente al nivel de ingresos o disponibilidades monetarias. Su aplicación principal en el campo econométrico consiste en el cálculo de elasticidades de demanda o consumo de un determinado bien con respecto al gasto o ingreso total. Este hecho obliga a disponer de curvas teóricas que modelicen correctamente el comportamiento de estas variables o bien de funciones que reflejen la curva de elasticidad.

En el campo de la Economía, se suelen presentar las curvas o funciones de demanda de un bien como la relación que existe entre la cantidad y demanda del bien, el precio p del mismo, los precios $p_1,\ldots,p_n$ de otros bienes adquiridos y el nivel de renta o disponibilidades monetarias x del sujeto:

$$y = m(p, p_1,\ldots,p_n, x)$$

La elección de la función m que regula el comportamiento de estas variables condiciona en gran parte el análisis de los resultados obtenidos así como prefija

ÍNDICE

determinadas pautas de relación entre las mismas que tendrá consecuencias directas en cálculos posteriores como puede ser la determinación de elasticidades. Históricamente, la elección de la forma de la curva suele estar motivada por varias consideraciones entre las que se encuentran: el hecho de que se ajuste bien a los datos, que sea lo suficientemente flexible para detectar los distintos movimientos que se pueden producir en todo el recorrido de las variables explicativas, y que pueda ser estimable en base a los datos disponibles.

En este trabajo, pretendemos analizar las distintas curvas de Engel que se observan en el caso de la Comunidad Autónoma de Galicia estimándolas desde una perspectiva no paramétrica. Este enfoque permite una mayor flexibilidad a la hora de su determinación pues no exige más que condiciones de regularidad y suavidad a la función m de demanda, sin regular de antemano la relación que presentan entre sí las variables involucradas.

2. Modelización clásica

Desde el punto de vista estadístico-económico, las curvas de Engel se pueden entender como un problema de estimación de la función de regresión empleando datos atemporales. En general, se estiman modelos estocásticos que reflejan la evolución del gasto en función del nivel de renta de la forma, $Y = m(x) + \varepsilon$, donde Y representa el nivel de gasto o demanda, x es el nivel de ingresos y ε es el correspondiente término de error o perturbación aleatoria. De esta manera, la función m(x) se entiende estadísticamente como el valor esperado del nivel de demanda realizado en un bien para un determinado nivel de renta, $E[Y/X = x]$.

Las distintas modelizaciones de las curvas de Engel suelen presentarse en función de su comportamiento práctico así como de consideraciones relativas a su funcionamiento a nivel teórico basado en requisitos de tipo económico. Algunas de estas modelizaciones son:

a) Función lineal: $Y = a + bX + \varepsilon$

Es empleada fundamentalmente sobre la base de consideraciones de tipo histórico dado lo extendido de su uso en todos los campos de aplicación de la Estadística. En el campo del análisis de presupuestos familiares, se ha observado que esta modelización es adecuada únicamente para niveles de renta altos, además de suponer un crecimiento de la elasticidad con el ingreso, lo que puede no ser adecuado para determinados grupos de gasto. También puede interpretarse en términos de la propensión marginal al consumo, siendo en este caso constante.

ÍNDICE

b) *Función potencial o isoelástica:* $Y = aX^b + \varepsilon$

La característica principal de esta modelización radica en la presunción de que la elasticidad ingreso es constante, así como la existencia de convexidad en la parte inicial de la misma. Por otra parte, al estimarse previa linealización del modelo, no es adecuado aplicarla para niveles de renta bajos. En ocasiones, se emplea esta formulación para modelizar el logaritmo del gasto, lo que supone una evolución decreciente de la elasticidad a un ritmo constante.

c) Función semilogarítmica o de Engel: $Y = a + b\ln X + \varepsilon$

Se emplea cuando se aprecia una clara concavidad de la función de regresión en el tramo correspondiente a niveles de renta bajos. Sin embargo, la existencia de ese tipo de rentas lleva a la inadecuada aplicación de este modelo. Supone un decrecimiento de la elasticidad con el nivel de renta, ya que implícitamente asume que la elasticidad es inversamente proporcional al nivel de gasto realizado en ese bien. En términos de propensión marginal al consumo, este modelo asume que ésta es inversamente proporcional al nivel de renta o ingreso.

d) Función hiperbólica: $Y = a + b/X + \varepsilon$

Esta modelización no es adecuada para su utilización en niveles de renta bajos, debido a su formulación; supone además que la elasticidad decrece con el nivel de renta. En este caso, la propensión marginal al consumo es inversamente proporcional al cuadrado del nivel de ingreso o renta.

e) Función logarítmica inversa: $\log(1/Y) = a + b/X + \varepsilon$

Fue propuesta por Prais y Houthakker (1971) y tiene como característica principal el hecho de que la elasticidad renta disminuye de manera inversamente proporcional a la renta.

f) Función inversa: $1/Y = a + b/X + \varepsilon$

Surge en los casos en que se considera que la elasticidad es proporcional a la cuota de gasto en ese bien dada por Y/X y que disminuye con el nivel de renta.

A la vista de los 6 modelos presentados, se observa que salvo en el caso del modelo potencial, todos llevan como consecuencia directa la disminución de la elasticidad renta al aumentar el nivel de renta o ingresos. Este hecho es factible para el caso de los bienes inferiores, no siendo necesario en el caso de otros tipos de gastos: de ahí que ninguna de estas modelizaciones sea universalmente aceptada.

g) Otras modelizaciones:

Aparecen también en la literatura sobre el tema combinaciones y extensiones de los modelos anteriores que surgen mayoritariamente en trabajos aplicados y tratan de ajustar de un modo más efectivo los datos manejados. Por ejemplo, el sistema de curvas de Engel $Y=a+bX+cX^2+\varepsilon$, denominado QES, es manejado por Pollack y Wales (1978) y Howe et al. (1979) aunque no realizan la estimación empleando los datos originales, sino que manejan una transformación del gasto realizado en un bien.

Por otra parte, varios autores, como Leser(1963) y Deaton(1989) entre otros, optan en base a diversas consideraciones analizadas posteriormente en este trabajo por no modelizar directamente el gasto absoluto realizado en un bien sino por relativizar el gasto en cada bien al nivel de ingreso de la unidad estudiada, Y/X. Es decir, emplear la proporción de gasto realizado en ese bien y modelizar la correspondiente curva de regresión, que en general, en este caso, suelen ser el modelo lineal, potencial, hiperbólico y semilogarítmico.

Sin embargo, en la práctica se ha observado que el empleo de una función lineal para modelizar esta situación no es totalmente correcta para valores altos del nivel de renta y puede generar estimaciones negativas para la ordenada en el origen: Leser (1963). Además, como se señaló anteriormente, un modelo lineal o hiperbólico llevaría a que la elasticidad crece con el ingreso lo cual no sería factible en determinados grupos de gasto.

En el caso de seleccionar un modelo semilogarítmico, la elasticidad disminuiría con el nivel de renta, aunque se obtendrían en muchos casos elasticidades superiores a la unidad. Esta modelización es la base del sistema de curvas de Engel AIDS propuesto por Deaton y Muellbauer (1980). En esta misma línea, Lewbel (1991) propone una extensión de este sistema con un mayor número de parámetros en potencias de logX, así como un test que permite decidir el número de parámetros a incluir en el modelo. Recientemente, el trabajo de Kneip(1994) reincide en esta familia de funciones para un sistema de curvas de Engel definido a través de sucesivas potencias del logaritmo de la renta disponible,

$$Y = \sum_{i=1,L} a_i X(\log X)^{i-1} + \varepsilon,$$

estableciendo un test para aproximar el valor de L del que resulta que $L=4$ es un valor adecuado.

Existen también propuestas que combinan modelos de los anteriormente comentados como puede ser el semilogarítmico-inverso, $Y/X = a + b\log X + c/X + \varepsilon$, que tiene como ventaja el hecho de que los contrastes de significación sobre los dos últimos coeficientes, equivalen a comprobar si la propensión marginal al consumo es constante y si la elasticidad es aproximadamente constante. Otras variantes, pasan por incluir un mayor número de variables así como índices de precios que reflejen las variaciones producidas en los distintos grupos de gasto.

3. Modelización paramétrica

Los anteriores enfoques, que constituyen la base de la mayor parte de los análisis existentes, corresponden a problemas de regresión de tipo paramétrico en los que $m(x) = m(x,\theta)$, para una función m prefijada y una serie de parámetros θ desconocidos a estimar. De esta manera se exige que la nube de puntos responda a una forma completamente determinada por la función m escogida. Es por tanto, un método de estimación que prefija la familia de funciones a la cual deben adaptarse los datos. Sólo si esto ocurre, los estimadores resultantes tendrán la fiabilidad necesaria para poder realizar consideraciones de tipo económico.

Dado que las teorías económicas no ofrecen información consistente sobre el modelo paramétrico adecuado para representar la curva de Engel, hemos optado por adoptar un enfoque de tipo no paramétrico. Esta forma de determinación de la función de regresión es más flexible por el hecho de no exigir la pertenencia a una determinada familia de funciones y únicamente realizar suposiciones sobre la continuidad y regularidad (derivabilidad) de la función m a estimar.

Los métodos no paramétricos de estimación de la función de regresión se han desarrollado fundamentalmente en los últimos años a partir de los trabajos de Nadaraya (1964) y Watson (1964). Surgen como generalización natural del regresograma; para cada nivel de renta x, se realiza un promedio de los datos correspondientes a la variable respuesta para aquellos valores de renta situados en un intervalo centrado alrededor del nivel de renta prefijado,

$$\hat{m}(x) = \sum_{i=1}^{n} h_{xi} Y_i ,$$

donde h_{xi} representa el peso otorgado en la estimación en el punto x a la observación Y_i, que suele ser función decreciente de la distancia que hay entre el punto x y la observación X_i.

Es por tanto, un método de estimación local del que han aparecido múltiples variantes en función del criterio de optimización escogido para realizar el proceso de estimación, del tipo de diseño de los datos (fijo o aleatorio), o de los objetivos perseguidos. Dos revisiones recientes de los distintos métodos aparecidos en este campo pueden ser las recogidas en Wand y Jones (1995) y Fan y Gijbels (1996).

En la práctica, este tipo de enfoque de estimación de la función de regresión se ha revelado como adecuado en las situaciones en las que no se prefija un determinado modelo paramétrico, porque permite observar la forma que tiene la curva de regresión pudiendo escoger a posteriori entre varias alternativas paramétricas.

En nuestro estudio hemos empleado el estimador denominado suavizador local lineal propuesto por Fan (1992). El contexto de trabajo corresponde a una situación en la que se intenta modelizar el comportamiento de un vector de observaciones correspondientes a una variable respuesta $Y=(Y_1,...,Y_n)'$, a partir del conocimiento de otra variable explicativa X, mediante un esquema

$$Y = m + \varepsilon,$$

siendo $m=(m(X_1),...,m(X_n))'$ el vector de valores correspondiente a la función de regresión $m(x)=E[Y/X=x]$ desconocida, y ε el vector de perturbaciones aleatorias independientes e idénticamente distribuidas, de media cero y varianza desconocida σ_i^2. Supondremos que los datos correspondientes a la variable regresora X verifican, sin pérdida de generalidad, que se sitúan en un intervalo acotado determinado por los valores a y b reales, siendo $a<X_1<...<X_n<b$.

La idea correspondiente al estimador de Fan consiste en identificar los coeficientes del desarrollo de Taylor de orden p de la función de regresión m para puntos situados en un entorno de x,

$$m(y) \approx m(x) + \sum_{k=1}^{p} \frac{m^{(k)}(x)}{k!}(y-x)^k,$$

con la estimación polinómica local ponderada en el punto x dada por,

$$\min_{\beta_0(x),\dots,\beta_p(x)} \sum_{j=1}^{p} K_h(x_j - x)\left(y_j - \beta_0(x) - \sum_{k=1}^{p} \beta_k(x)(x_j - x)^k\right)^2,$$

donde $K_h(.)= =K(./h)$ es la función núcleo (función de densidad simétrica respecto al origen) y h es el denominado parámetro de suavización o "ventana" que regula la suavidad de la curva estimada. De esta manera, se emplea como estimador de la k-ésima derivada de m(x), $m^{(k)}(x)$, la expresión $k!\beta_k(x)$.

En el contexto de estimación no paramétrica de la función de regresión, esta elección supone un compromiso a nivel de propiedades de consistencia y a nivel de

ÍNDICE

sesgo y varianza, frente a otros criterios de estimación. Además, al contrario que otros estimadores no paramétricos, no presenta el denominado efecto frontera, es decir, una pérdida relativa de eficiencia en los extremos del intervalo de estimación.

La elección de p=1, suavizador local lineal, suele ser suficiente para estimar la función de regresión, Fan y Gijbels (1996), llegándose en esta situación a expresiones explícitas para la estimación en cada punto x,

$$\hat{m}(x) = \frac{\sum_{j=1}^{n} K_h(x - x_j)(s_{n,2} - (x - x_j)s_{n,1})y_j}{s_{n,2}s_{n,0} - s_{n,1}^2},$$

siendo $s_{n,r} = \sum_{i=1}^{n} K_h(x - x_i)(x - x_i)^r$ para r=0,1,2.

Las propiedades estadísticas de este estimador, sesgo, varianza, consistencia, ..., así como los criterios para la elección de la función núcleo K y el parámetro óptimo de suavización h, pueden verse en Fan y Gijbels (1996). Hemos empleado como función núcleo K el denominado núcleo de Epanechnikov dado por, $K(u)=3(1-u^2)/4$ si $|u|<1$ y $K(x)=0$ en otro caso, óptimo bajo cierto tipo de condiciones para este estimador.

El parámetro h fue seleccionado en base al criterio de validación cruzada, que es uno de los criterios de selección de la ventana más ampliamente extendido por sus extensas posibilidades de aplicación y su equivalencia asintótica al criterio de selección teórico de la ventana dado por el error cuadrático medio promediado MASE. Este parámetro de suavización indica el tamaño del intervalo alrededor del punto x, (x-h,x+h), en el cual se realiza la minimización antes presentada. Corresponde, comparándolo con el método del regresograma, con la longitud del intervalo, centrado en un determinado nivel de renta x, en el cual se calcula el promedio del gasto realizado en un determinado bien. La diferencia fundamental con respecto al regresograma estriba en el hecho de otorgar un mayor peso en la estimación a las observaciones cercanas al punto x frente a las que se encuentran más alejadas. Es por tanto quien determina la suavidad del estimador resultante: valores grandes de h llevarán a sobresuavizar la función de regresión y viceversa.

En el campo del análisis de presupuestos familiares, dentro del contexto no paramétrico, el trabajo de Deaton (1989) aborda la determinación de curvas de demanda y estimaciones de la función de densidad no paramétricas para el consumo de arroz en Tailandia, empleando el estimador de Nadaraya-Watson (1964) de propiedades inferiores al suavizador local lineal. Lewbel (1991) emplea también estimaciones de tipo no paramétrico para justificar la inadecuación del sistema AIDS de curvas de Engel en determinadas parcelas de gasto.

En este sentido, la estimación polinómica local antes introducida permite obtener simultáneamente estimadores tanto de la función de regresión como de su primera derivada sin asumir ningún modelo prefijado. Este hecho facilita el cálculo de curvas de elasticidad, definida ésta como $e_{Y/X}=xm'(x)/m(x)$, siendo $y=m(x)$ la función que modeliza el comportamiento de la variable Y a partir de X. Tomando $p=3$ para la estimación local lineal de Fan y empleando las propiedades de sesgo y varianza correspondientes a este tipo de estimación, se puede establecer que:

$$\hat{e}_{Y/X} = x\frac{\hat{m}'(x)}{\hat{m}(x)} = x\frac{m'(x)+O(h^3)+O_P((nh)^{-1/2})}{m(x)+O(h^4)+O_P((nh)^{-1/2})} = e_{Y/X} + O(h^3)+O_P((nh)^{-1/2}),$$

constituyendo por tanto, una estimación no paramétrica asintóticamente insesgada del valor de la elasticidad en cada punto.

4. Consideraciones prácticas

La aplicación de cualquiera de las modelizaciones antes presentadas, obliga a la realización previa de consideraciones referentes fundamentalmente al tratamiento de los datos suministrados por las encuestas de presupuestos familiares.

El estudio conjunto de las curvas de Engel para distintos bienes, obliga desde un punto de vista económico, si se desean realizar comparaciones, a establecer la restricción de que la suma de gastos en todos los bienes sea igual al nivel de ingreso o disponibilidades monetarias, lo que se conoce como restricción presupuestaria.

La suposición de la restricción presupuestaria tiene consecuencias interesantes en el caso de emplear una misma familia de funciones para modelizar las distintas curvas de Engel, ya que

$$\sum_{i=1}^{M} g_{ij} = G_j \Rightarrow \sum_{i=1}^{M} e_{iG_j}\frac{g_{ij}}{G_j} = 1,$$

siendo g_{ij} el gasto realizado en el bien i-ésimo, G_j el gasto total, e_{iGj} las elasticidades respecto al gasto, M el número de bienes distintos y el subíndice j la familia considerada; esta expresión indica que la suma de elasticidades-gasto, ponderadas con las participaciones del gasto realizado en cada grupo de bienes, suman la unidad. Sin embargo, esta igualdad no es de obligado cumplimiento en el caso de emplear distintas familias de curvas de Engel, situación bastante frecuente en la práctica ya que la forma de las curvas suele ser diferente en función de bien ajustado, debido fundamentalmente a la agrupación de los bienes de consumo en parcelas de gasto.

ÍNDICE

El desfase que existe entre los ingresos declarados y el gasto total se solventa sustituyendo el nivel de ingresos por el de gasto correspondiente establecido como la suma total de gastos realizados por los individuos. Una alternativa a esta solución consiste en establecer una categoría adicional de ahorro que podría ser casualmente negativa pero que en la práctica, en función de los datos extraídos de las encuestas de presupuestos familiares contendría una inmensa mayoría de datos con este carácter. Otras vías de solución pueden venir dadas por la reconstrucción del gasto declarado a partir de datos de otras fuentes como pudiera ser la Contabilidad Nacional, tal y como realizan Pena y otros (1996). No obstante, cualquiera de las soluciones indicadas, consiguen realizar aproximaciones a la situación real existente desconocida partiendo de hipótesis que pudieran no ser de total cumplimiento.

Sin embargo, dado que el objetivo de estas encuestas es determinar el comportamiento del gasto, es comúnmente aceptado que el dato correspondiente al ingreso suele ser defectuoso tanto debido al diseño de la encuesta como a la histórica ocultación por parte de los encuestados de su nivel de renta. Por otra parte, el ingreso en un determinado momento puede constituir un pobre indicador del nivel de vida ya que el comportamiento del gasto suele ser una función dependiente del nivel de vida anterior, presente y esperado.

Además, en términos de elasticidades para cada bien i en el que se realiza un gasto g_{ij}, se pueden obtener de modo natural las elasticidades con respecto al nivel de renta I (e_{iIj}) a partir de las elasticidades respecto al gasto G_j (e_{iGj}) mediante la transformación

$$e_{iI_j} = \frac{I_j}{g_{ij}} \frac{\partial g_{ij}}{\partial I_j} = \frac{G_j}{g_{ij}} \frac{\partial g_{ij}}{\partial G_j} \frac{I_j}{G_j} \frac{\partial G_j}{\partial I_j} = e_{iG_j} e_{GI_j},$$

sin más que disponer de la elasticidad gasto-ingreso (e_{GI}). Por último, señalar que los estudios realizados a este respecto, indican que en términos de elasticidades, las diferencias entre ambas alternativas son mínimas debido a que la elasticidad del gasto total frente al ingreso es muy cercana a la unidad: Cramer (1969). En nuestro estudio hemos optado por sustituir el nivel de ingreso por el gasto total fundamentalmente debido a la infravaloración del ingreso observada en los datos procedentes de la Encuesta de Presupuestos Familiares empleada. Además, para los mejores modelos de los presentados, se determinó como la elasticidad del gasto total frente al ingreso se situaba cercana a la unidad en todo el recorrido de la variable seleccionada como explicativa.

El empleo de los datos suministrados por las encuestas depende del objetivo perseguido en los trabajos. En muchas de las aplicaciones aparecidas, por ejemplo Deaton (1989), se utilizan variables de tipo socioeconómico (niveles de renta, composición del hogar, área geográfica de localización del hogar,...) para agrupar los datos y posteriormente ajustar en cada grupo una curva de Engel. Otras aplicaciones, sin embargo, optan por emplear datos resumidos de la encuesta para realizar el ajuste; de esta forma se realiza el proceso de estimación empleando un número significativamente menor de datos respecto a los originales de la encuesta. Por ejemplo, Engel y Kneip (1996) dividen el rango de la variable independiente (ingreso total) en intervalos y determina en cada una de esas franjas, la media aritmética del gasto realizado en cada bien como valor resumen de ese nivel de ingresos. El conjunto de datos construido lo emplean para la realización del ajuste de la curva de Engel utilizando ponderaciones que recogen la naturaleza de esta agregación de los datos.

Un problema añadido que se presenta en el proceso de estimación es el concerniente a la existencia de heterocedasticidad en la variable respuesta. Se presenta de modo natural debido a que las familias con rentas altas tienen mayor libertad en cuanto a la distribución de su gasto que las unidades correspondientes a rentas inferiores. A este respecto, existen varias posibilidades de realizar la estimación aunque generalmente suelen consistir en emplear transformaciones de los datos originales. Muchos autores, prefieren modelizar la proporción de gasto, (parte del presupuesto relativizada) realizado en un grupo de bienes, g_{ij}/G_j, considerando que esta práctica elimina la heterocedasticidad presente en el modelo ya que el nivel de gasto relativo en un bien es homogéneo para todos los hogares independientemente del nivel de renta. A nivel práctico, Prais y Houthakker (1971) determinan la veracidad de este hecho para los datos de la encuesta de presupuestos familiares británica, comprobando que la representación gráfica del porcentaje de gasto realizado en un bien frente al cuadrado del nivel de ingresos correspondiente se aproxima a una recta que pasa por el origen; consecuentemente, la transformación g_{ij}/G_j consigue alcanzar la homocedasticidad en las variables empleadas.

Es de resaltar que la existencia de heterocedasticidad tiene como consecuencia directa una gran variabilidad en el nivel de gasto y es por tanto frecuente, la presencia de observaciones atípicas: Deaton(1989). Por ejemplo, la contabilización de ingresos extraordinarios dentro del ingreso total, como puede ser el premio de un juego de azar, acarrea que ese hogar pueda resultar como atípico dentro del conjunto de datos correspondiente a la variable explicativa, o que haya realizado en el periodo de entrevistas gastos excesivamente altos para su nivel de ingresos declarado, constituyendo un dato anómalo para el gasto en ese grupo de bienes. Es conveniente realizar estudios de diagnóstico encaminados a detectar este tipo de observaciones y sus efectos sobre la estimación de curvas de Engel tal y como se sugiere en Del Oro y Riobóo (1997). Sin embargo, es habitual, restringir el campo de variación de la variable ingreso a un intervalo acotado que contenga un alto porcentaje de los datos para evitar tanto valores grandes como pequeños de la misma. Esta decisión se justifica teniendo en cuenta que la distribución del ingreso o renta suele tener colas pesadas y que el comportamiento del consumo de las unidades muestrales con gran poder adquisitivo no es la parte más importante en el estudio de curvas de Engel, en el sentido de representar un bajo porcentaje de la población a estudio.

Existen además otros factores no económicos que influyen de modo determinante en la estructura del gasto de un hogar. Por ejemplo, el tamaño del hogar suele estar relacionado con el nivel de gastos y renta disponible de forma que un mayor tamaño del hogar tiene asociado habitualmente una creciente diversidad del gasto así como un elevado nivel del mismo. Para evitar esta situación, se suelen emplear las variables relativizadas en función del número de miembros del hogar, ingreso y gasto por persona, considerándose que el nivel de consumo individual únicamente depende del nivel de ingresos de esa persona: hipótesis de homogeneidad. De esta forma se evitan diferencias cualitativas entre los datos a la hora de manejarlos, consiguiéndose en la práctica un comportamiento más homogéneo de los datos referentes al gasto en los distintos bienes en función del nivel de ingresos de cada individuo. A este respecto, en Carrascal (1997), se aborda la problemática de la utilización de distintas escalas de equivalencia para estudiar el consumo familiar, analizando las diferencias que se producen en el empleo de las mismas y se define una nueva escala, establecida en base a los datos de la Encuesta de Presupuestos Familiares. En nuestro caso, hemos optado por utilizar el nivel de gasto e ingreso por unidad de consumo dado que se pretende establecer la estructura del consumo de los hogares, y que existe en la Encuesta de Presupuestos Familiares empleada información acerca del número de unidades de consumo de cada hogar.

5. Comparación del grado de ajuste de los modelos

Realizadas las consideraciones anteriores, el problema de estimación se puede modelizar a nivel general mediante la formulación,

$$Y_i = m(x_i) + \varepsilon_i,$$

siendo el vector de ε de media 0 y varianza dada por la matriz desconocida $\Sigma = \mathrm{diag}(\sigma_i^2; i = 1,...,n)$. Una vez realizado el proceso de estimación empleando cualquiera de las modelizaciones presentadas en las secciones anteriores, el vector de estimaciones o ajuste se expresa de la forma $\hat{Y} = \hat{m}$, obteniéndose mediante la adecuada transformación del vector de datos originales Y por medio de una matriz H de pesos tal que

$$\hat{Y} = \hat{m} = HY,$$

siendo esta matriz H, la que regula el peso que se otorga a cada observación en el proceso de estimación. En el caso de los modelos lineales, esta matriz suele tener propiedades matemáticas importantes como pueden ser la idempotencia, simetría,... además de permitir la detección de observaciones influyentes en el proceso de estimación.

Para medir el grado de ajuste de las distintas curvas modelizadas a la función de regresión desconocida m, hemos considerado emplear como medida de discrepancia el error cuadrático medio integrado dado por:

$$MISE = \int_0^\infty \frac{(\hat{m}(x) - m(x))^2}{\sigma^2(x)} w(x)dx,$$

donde w es una función de pesos que recoge las distintas ponderaciones en los datos como pueden ser el factor de elevación poblacional, tamaño del hogar,... No obstante, al realizar el ajuste únicamente en una serie de puntos se ha optado por emplear una versión muestral del mismo denominada error cuadrático medio promediado MASE dada por:

$$MASE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{(y_i - m(x_i))^2 w(x_i)}{\sigma_i^2},$$

donde al dividir por σ_i se está representando el hecho de que los errores del modelo puedan ser heterocedásticos.

Dado que tampoco esta versión muestral del MISE puede ser obtenida por desconocimiento de algunos de los valores de los que depende, hemos optado por realizar una estimación de la misma en base al método de los momentos, empleando como estimador inicial el dado por:

$$MASE_n = n^{-1} \sum_{i=1}^{n} (\hat{y}_i - y_i)^2 w(x_i) = n^{-1} Y'(H - I)' W(H - I)Y,$$

donde H es la matriz que transforma los datos en las estimaciones, W es la matriz diagonal que tiene por elementos las ponderaciones de los datos y n es la suma de ponderaciones o número total de datos donde se ha tenido en cuenta a la hora de definirla la homocedasticidad inducida por los datos que se manejarán (proporciones de gasto).

En base a resultados estándares de formas cuadráticas en variables, la esperanza de este estadístico es igual a:

$$E(MASE_{n}) = \frac{1}{n}\left[\sigma^{2} tr(H-I)'W(H-I) + m'(H-I)'W(H-I)\right]$$

$$= \frac{1}{n}\left[\sigma^{2} tr(W - H'W - WH)\right] + MASE,$$

con lo que

$$MASE_{n} - \sigma^{2}\frac{trW}{n} + 2\sigma^{2}\frac{trHW}{n},$$

es un estimador insesgado de MASE del que se puede obtener una estimación consistente empleando un adecuado estimador de la varianza poblacional.

En el caso de los modelos lineales estimados a través de mínimos-cuadrados ponderados, esta estimación resulta ser en base a sus propiedades:

$$S_{R}^{2}\,\frac{1}{n}(2trWH - (p+1)),$$

donde S_R es el error estándar de la estimación empleado como estimador de la dispersión poblacional y p representa el número de variables explicativas.

El grado de ajuste de los distintos modelos a los datos en este contexto de trabajo suele ser bajo aunque el objetivo perseguido es fundamentalmente determinar el comportamiento esperado del gasto en función del nivel de renta y no ajustarse específicamente a las observaciones individuales. Sin embargo, el grado global de ajuste de los distintos modelos a los datos permite detectar qué formas funcionales son adecuadas para reflejar este comportamiento. En este sentido hay quién propone realizar el ajuste de los datos de gasto medio promediado en una serie de niveles de renta prefijados de antemano, aunque creemos que esta decisión lleva a una drástica pérdida de información respecto a la vía empleada en este trabajo.

6. Aplicación

Hemos empleado los datos correspondientes a la Comunidad Autónoma de Galicia obtenidos a partir de los registros tipo I y tipo II de la Encuesta de Presupuestos Familiares 1990-1991 (EPF) elaborada por el INE. En total, en Galicia se ha entrevistado a 1739 familias repartidas por toda la geografía de la Comunidad.

Decidimos agrupar los datos en 8 parcelas de gasto coincidentes con las que se consideran para la elaboración del IPC aunque la EPF establece 9 grupos de códigos para identificar los gastos. Los grupos de gasto fueron, por este orden: Alimentación,

ÍNDICE

bebidas y tabaco, Vestido y calzado, Vivienda, calefacción, alumbrado y agua, Menaje, mobiliario y conservación de la casa, Medicina, Transporte y Comunicaciones, Esparcimiento y cultura, Otros gastos. El valor del gasto total familiar en cada grupo se ha obtenido como suma de los gastos realizados por la familia en los distintos bienes pertenecientes al grupo empleando los códigos PROCOME de los registros tipo II de la encuesta identificativos del gasto.

La encuesta facilita asimismo los datos correspondientes al ingreso total, gasto total, número de miembros y unidades de consumo de cada familia, provincia,... en los denominados registros tipo I, que se han confrontado con los registros tipo II para identificar completamente a la familia.

Los datos originales del gasto familiar de la encuesta se han dividido por el número de unidades de consumo de la misma para obtener los gastos g_{ij} por unidad de consumo de la familia i-ésima en el bien j-ésimo. A su vez, dado que se estaba interesado en el nivel adquisitivo de la persona, los hemos relativizado dividiéndolos por la media general obtenida, empleando como ponderación para cada unidad de consumo el producto del factor de elevación poblacional de la familia y el número de unidades de consumo de la misma. Estos datos (gastos normalizados $g_{ij}/\overline{G}$) indican el número de veces por encima o debajo del gasto medio de la población que está la unidad de consumo considerada, lo que en cierta medida revela el poder de gasto de esa unidad dentro de la población.

La representación gráfica del gasto en cada grupo frente al gasto total reveló la existencia de heterocedasticidad en los mismos. Para resolver este problema se adoptó como solución la propuesta por Prais y Houthakker (1971) que consiste en emplear como variable respuesta el tanto por uno de gasto en cada parcela dividiendo estos datos por el gasto total. Estas proporciones de gasto se discretizaron en grupos por niveles de renta obteniéndose para cada clase, la media y la cuasivarianza muestral. La representación gráfica de estas cuasivarianzas frente al cuadrado de las medias, revelaron que se podía admitir la hipótesis de proporcionalidad entre estos datos y consecuentemente, al dividir los datos de gasto en cada parcela normalizados por el gasto total normalizado ($G_j/\overline{G}$), se podía trabajar considerando homocedasticidad en las observaciones. En resumen, los datos modelizados como respuesta o dependientes han sido los correspondientes a:

$$\frac{g_{ij}/\overline{G}}{G_j/\overline{G}} = \frac{g_{ij}}{G_j},$$

denominados en la literatura sobre el tema proporciones de gasto o “budgets share”, siendo la variable exógena el gasto total normalizado de forma que el modelo resultante escrito de modo genérico resulta ser:

ÍNDICE

$$\frac{g_{ij}}{G_j} = m_i\left(\frac{G_j}{\overline{G}}\right) + \varepsilon_{ij} \quad i = 1,\ldots,8 \quad j = 1,\ldots,n,$$

donde por m_i se representa la función de regresión correspondiente al grupo de gasto i-ésimo.

Todos los procesos de estimación se han realizado empleando como ponderación w_i el producto del factor de elevación poblacional de la familia multiplicado por el número de unidades de consumo de la familia.

Para poder emplear todas las familias paramétricas propuestas en la literatura clásica sobre el tema se tuvo que imponer como restricción el hecho de que las familias consideradas tuviesen gastos estrictamente positivos en todas las parcelas de gasto y para evitar el hecho de que en el estudio se incluyesen a unidades correspondientes a clases con alto poder adquisitivo se decidió eliminar a aquellas unidades cuyo gasto normalizado superase en tres veces el gasto medio. De esta forma en el estudio final se incluyeron 908 datos correspondientes a un total aproximado de 1.25 millones de unidades de consumo lo que representa un 60% del total elevado de unidades de consumo extrapolado a la población de la encuesta a nivel gallego.

Se ha realizado la estimación de 9 modelos para los 8 grupos de gasto para comparar cuáles de ellos se adaptan mejor a las observaciones. Los 8 primeros de ellos corresponden a modelizaciones de tipo paramétrico mientras que exclusivamente uno de los mismos es de tipo no paramétrico adoptándose como estimador el anteriormente denominado de Fan (1992).

Las dos tablas siguientes presentan el valor de la estimación propuesta para el MASE, multiplicando por n para poder hacer comparables los valores obtenidos.

Tabla 1. Grado de ajuste de los primeros 4 grupos de gasto

	GRUPO DE GASTO			
MODELO	*1*	*2*	*3*	*4*
$Y=a+bX+e$	77.8932	44.0453	78.6989	21.3171
$Y=aX^be$	976.4706	731.1169E+1	277.4168E+1	972.2647E+1
$Y=a+b\ln X+e$	78.2407	44.7458	80.4950	21.5897
$Y=a+b/X+e$	82.5606	45.1176	82.8953	21.7365
$\ln(1/Y)=a+b/X+e$	104.3219E+1	737.2410E+1	279.8472E+1	975.5432E+1
$1/Y=a+bX+e$	232.6925E+2	116.0672E+6	367.7792E+3	155.5798E+7
$Y=S_{i=1,L}a_i\ln^{i-1}(X)+e$	149.2822	85.4659	152.3668	40.9492
$Y=a+bX+cX^2$	112.9175	64.6681	115.5609	30.9754
No Paramétrico	57.1660	40.4416	51.6396	17.8546

ÍNDICE

Tabla 2. Grado de ajuste de los 4 últimos grupos de gasto

	GRUPO DE GASTO			
MODELO	*5*	*6*	*7*	*8*
$Y=a+bX+e$	7.6192	73.5398	22.9076	59.7510
$Y=aX^be$	133.9906E+2	602.0654E+1	806.8591E+1	315.3281E+1
$Y=a+b\ln X+e$	7.7857	74.7436	23.4553	60.9945
$Y=a+b/X+e$	7.8802	75.8414	23.8486	61.8382
$\ln(1/Y)=a+b/X+e$	135.5719E+2	610.7215E+1	818.5974E+1	319.2014E+1
$1/Y=a+bX+e$	160.8948E+8	150.9350E+5	648.1866E+6	538.2036E+4
$Y=S_{i=1,I}a_i\ln^{i-1}(X)+e$	14.9468	142.5849	44.9485	116.8661
$Y=a+bX+cX^2+e$	11.2957	107.9294	33.9718	88.6001
No Paramétrico	9.6727	52.7158	77.8644	39.4935

Las tablas permiten extraer conclusiones acerca de la adecuación de los distintos modelos a los datos de cada grupo de gasto. En todos los casos analizados, la modelización no paramétrica se revela como un excelente competidor superando en grado de ajuste a los modelos paramétricos en todos los grupos de gasto salvo el segundo y séptimo, aunque en estos últimos, no existen grandes diferencias respecto a los mejores.

Los modelos semilogarítmicos, lineal simple e hiperbólico resultan ser en todas las situaciones los mejores modelos dentro del grupo de los paramétricos aunque en los grupos 2, 4, 5 y 7 aparece con un buen grado de ajuste la propuesta de Kneip (1993). La modelización potencial no aparece en ningún caso como adecuada en el contexto del análisis de presupuestos familiares lo que induce a pensar en la no aceptabilidad del frecuentemente empleado modelo isoelástico.

El mejor grado de ajuste de la propuesta no paramétrica en la mayor parte de los grupos radica fundamentalmente en su no adecuación a ninguna familia funcional prefijada lo que la hace más flexible adaptándose en cada situación a los datos existentes.

Presentamos a modo de resumen en esta sección, las gráficas correspondientes a los grupos de Alimentación(1), Vestido(2), Esparcimiento y cultura(7) y Otros gastos(8) tanto a nivel de las curvas de Engel como de sus correspondientes elasticidades siendo las conclusiones posteriores similares para los demás grupos. (Únicamente se muestra la nube de puntos de los datos en el primero de los gráficos para evitar la saturación de los mismos; las abreviaturas empleadas corresponden con las iniciales de cada modelo representado apareciendo una “e” para designar a la elasticidad). Con respecto a estos grupos, se aprecia al igual que en los demás no presentados, una similitud de las diferentes curvas en el tramo de niveles de renta inferiores a

1,5 veces la renta media de la población gallega. En el tramo siguiente aparecen distintos comportamientos en función del modelo seleccionado. Cabe destacar el hecho de que las estimaciones no paramétricas, en los niveles de renta mayores, sufren parcialmente la poca densidad de datos presentes en esos niveles aunque las ventanas óptimas que se obtuvieron a nivel práctico, hacen que el nivel de datos empleados en esas zonas para realizar la estimación sea adecuado. En cualquier caso, este problema está presente para todos los modelos haciendo que las estimaciones dadas en los niveles de renta superiores, sean poco precisas. En todas las gráficas se aprecia como la propuesta de Kneip es la que mejor se aproxima a la estimación no paramétrica tal y como sugerían las tablas correspondientes al $MASE_n$, siendo en algunos casos similar la función cuadrática. En parte, este comportamiento viene dado por el hecho de que estas dos modelizaciones paramétricas son las que más términos presentan en su formulación lo que les confiere mayor poder explicativo.

Figura 1.-Curvas de Engel. Alimentación, bebidas y tabaco

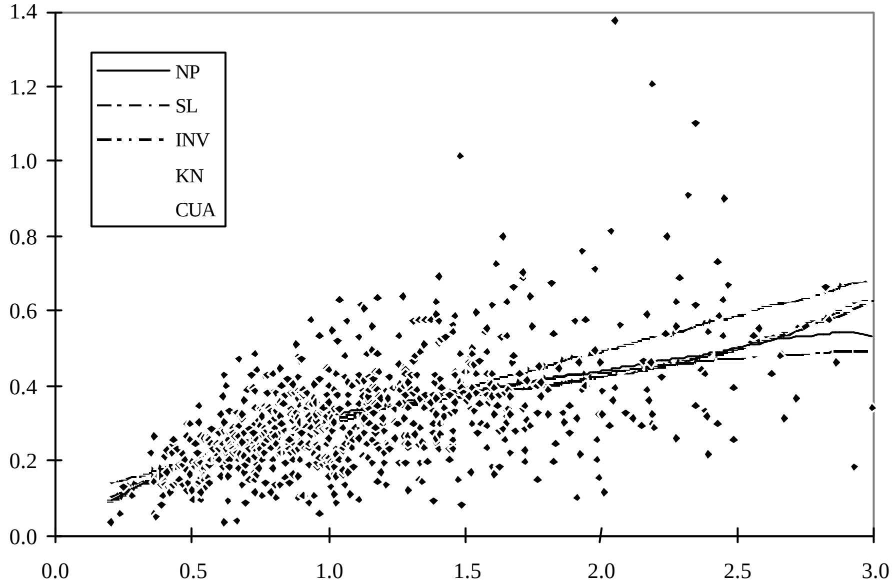


Figura 2.-Elasticidades. Alimentación, bebidas y tabaco

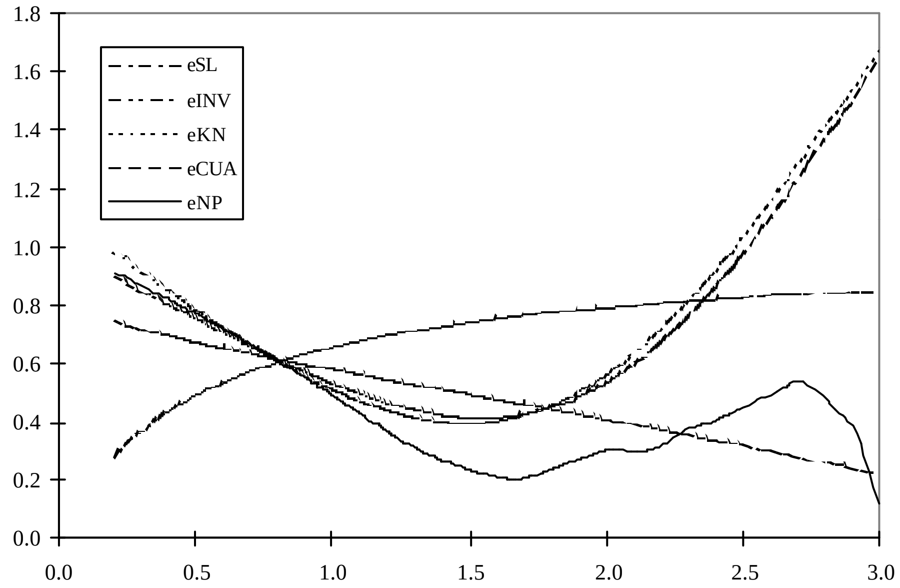


Figura 3.-Curvas de Engel. Vestido y calzado

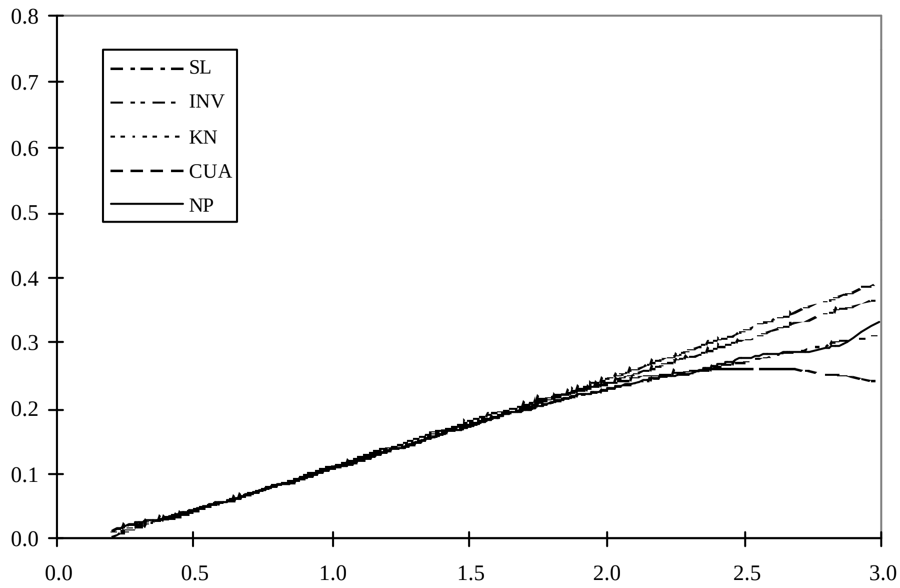


Figura 4. Elasticidades. Vestido y calzado

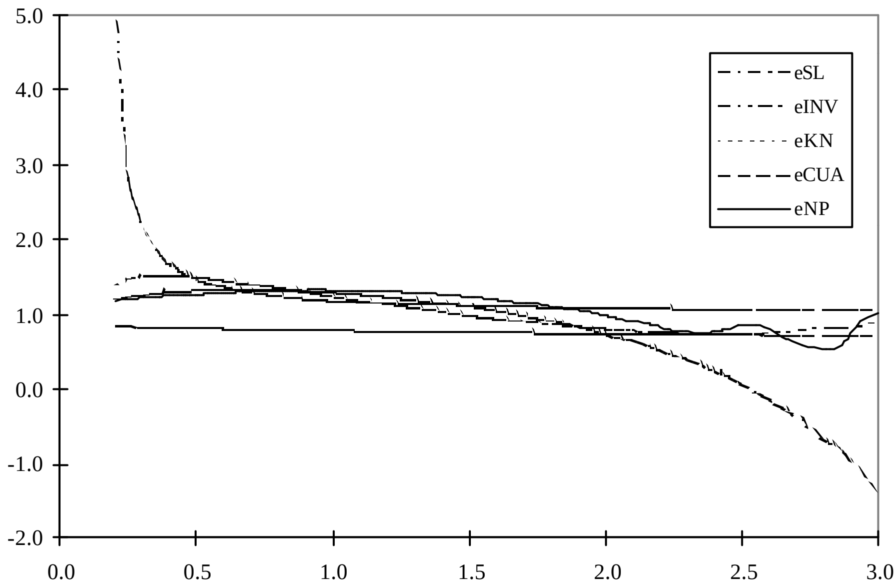


Figura 5.-Curvas de Engel. Esparcimiento, enseñanza y cultura

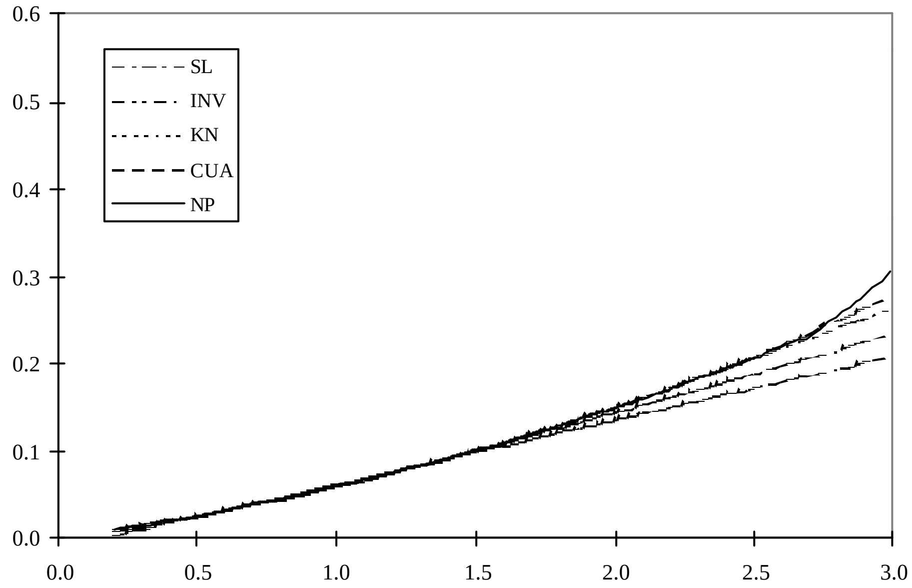


Figura 6.-Elasticidades. Esparcimiento, enseñanza y cultura

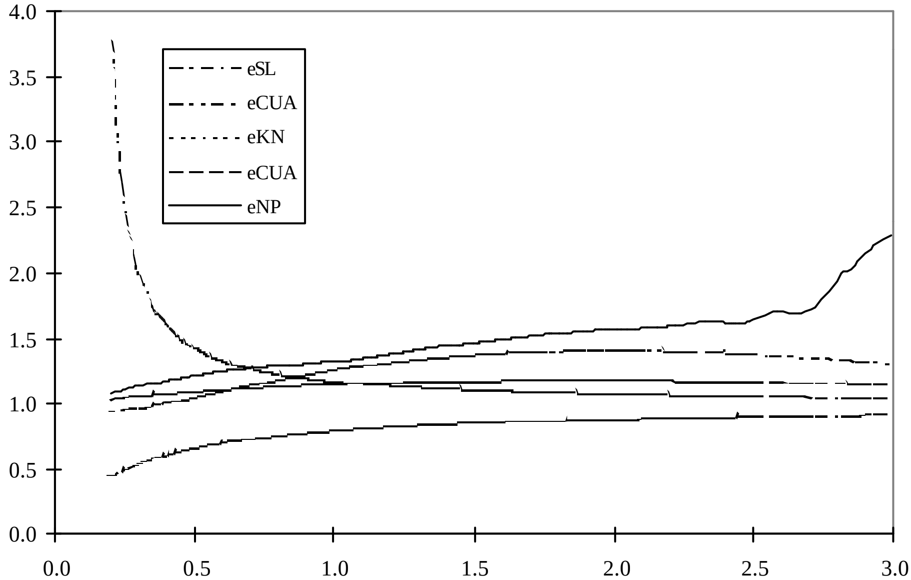


Figura 7.-Curvas de Engel. Otros gastos

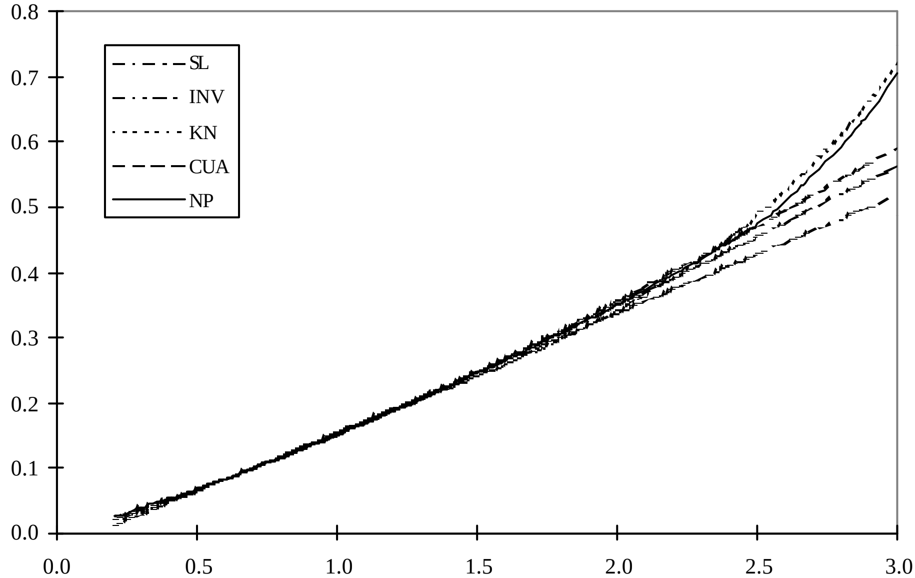
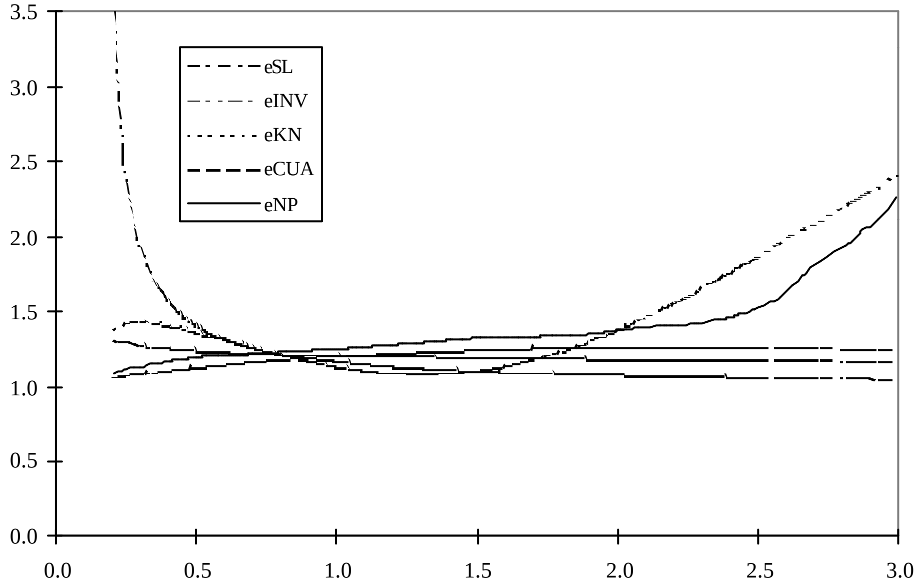


Figura 8.-Elasticidades. Otros gastos



En el grupo de Alimentación, todos los ajustes presentados apuntan hacia una tendencia creciente más o menos pronunciada. Es en la gráfica correspondiente a las elasticidades donde la curva no paramétrica, cuadrática y de Kneip presentan una forma característica de U, aunque menos pronunciada en el caso no paramétrico debido a no presentar un crecimiento explosivo del gasto para niveles de renta altos. De hecho, para estos niveles de renta el valor de la elasticidad es superior a la unidad, lo que no es adecuado para este grupo. La explicación de esta forma de U podría venir dada por el hecho de existir un umbral de renta a partir del cual aparecería un cambio hacia el consumo de productos alimenticios de calidad y elevado coste aunque en cualquier caso, el comportamiento debería ser inelástico. Los otros dos ajustes presentados muestran comportamientos completamente opuestos entre sí con respecto a la elasticidad y al ajuste situándose en los extremos.

Con respecto al grupo 2 de Vestido y calzado, a nivel de curvas de Engel, el comportamiento es similar al anterior grupo salvo en el hecho de que el ajuste cuadrático presenta un decrecimiento anómalo para los niveles de renta altos que hace que su elasticidad en ese tramo sea incluso negativa. Los modelos inverso y semilogarítmico vuelven a presentar un comportamiento alejado con respecto a los otros tanto a nivel de curva de Engel como de elasticidades. El primero de ellos falla drásticamente en cuanto a su elasticidad en los niveles bajos de renta mientras que el segundo no detecta la elasticidad correspondiente a este grupo en los niveles inferiores de renta. La modelización no paramétrica y de Kneip presentan un tramo elástico hasta aproxi-

ÍNDICE

madamente 2 veces la renta media evidenciando el hecho de que en este grupo los incrementos de renta en este tramo implican una mayor participación de este gasto en el presupuesto familiar. El modelo no paramétrico presenta en el tramo de mayores rentas un comportamiento no demasiado suave con respecto al cálculo de las elasticidades debido a que en el cálculo de la derivada, se ajusta localmente un polinomio de orden 3 lo que obliga a tener una adecuada densidad de datos en esa franja.

En los dos grupos restantes, 7 y 8, se observa una clara elasticidad de todos los ajustes tal y como sustentan las teorías económicas, salvo en el caso del modelo semilogarítmico para el grupo 7 de Esparcimiento y cultura. En el grupo 7, las curvas de Engel son más similares al ser mucho más homogéneo el gasto en este epígrafe. Sin embargo, las elasticidades presentan valores diferenciados incluso en los niveles de renta bajos. Todas, salvo la anteriormente comentada y el modelo inverso (con un comportamiento anómalo llegando a ser inelástico) presentan un crecimiento sostenido de la elasticidad con la renta aunque la de Kneip y cuadrática se aplanan hacia los niveles de renta superiores.

El grupo 8 de Otros gastos es claramente elástico. Las curvas de Engel son similares salvo para los niveles de renta altos en los que la modelización no paramétrica y de Kneip presentan un crecimiento mayor. Esto se traduce en un aumento de la elasticidad para niveles de renta superiores. Por el contrario, los otros modelos seleccionados tienen un comportamiento de crecimiento sostenido lo que se traduce en un incremento paulatino de la elasticidad. Sin embargo, los datos para las rentas altas de este grupo presentan una clara tendencia creciente en su parte final lo que se traduciría en un crecimiento más fuerte de la elasticidad. Además este hecho puede estar avalado por el tipo de bienes incluidos en el grupo 8 como son los gastos turísticos, de hostelería y joyas entre otros.

A modo de resumen se puede indicar el correcto funcionamiento de las modelizaciones no paramétricas que podrían resultar un efectivo método de selección de modelos de tipo paramétrico que reflejen la evolución del gasto en los distintos bienes así como de su elasticidad. Este enfoque permite asimismo detectar cambios en el comportamiento de los consumidores en función del nivel de renta que no son apreciados con otras alternativas revelando que no es factible emplear una única familia de funciones paramétricas para todos los grupos de gasto. En este sentido, tal y como muestran las tablas correspondientes al grado de ajuste de los modelos seleccionados, de optar por una misma familia paramétrica de curvas de Engel para todos los grupos, tomando como valor de selección la media aritmética de los distintos MASE estimados, la Tabla 3 revela que las funciones lineal (48.22), semilogarítmica e hiperbólica (50.59) serían las que mejores resultados globales obtendrían aunque presentarían los problemas señalados anteriormente a la hora de determinar los valores correspondientes a las elasticidades en los distintos grupos.

Tabla 3. MASE promedio para todos los modelos

MODELO	*AJUSTE GLOBAL*
No Paramétrico	43.36
$Y=a+bX+e$	48.22
$Y=a+b\ln X+e$	49.01
$Y=a+b/X+e$	50.59
$Y=a+bX+cX^2+e$	70.74
$Y=S_{i=1,L}a_i\ln^{i-1}(X)+e$	93.43
$1/Y=a+bX+e$	2303.80E+6
$Y=aX^be$	6428.26
$\ln(1/Y)=a+b/X+e$	6501.49

7. Bibliografía

CARRASCAL, U. (1997). *Consumo Familiar en España: análisis y obtención de escalas de equivalencia*. Tesis doctoral. Secret. de Public. e Intercambio Científico. Univ. de Valladolid.

CRAMER, J.S. (1969). *Econometría Empírica*. Fondo de Cultura Económica.

Encuesta de Presupuestos Familiares 1990-91. Instituto Nacional de Estadística. Madrid.

DEATON, A. (1989) Rice prices and income distribution in Thailand: a non-parametric analysis. *The Economic Journal* 99, 1-37.

DEATON, A., MUELLBAUER, J. (1980). An Almost Ideal Demand System. *The American Economic Review* 70, 312-326.

DEL ORO, C.P., RIOBÓO, A. (1997). Análisis de diagnóstico en regresión no paramétrica: una aplicación al cálculo de elasticidades. Actas de la Reunión ASEPELT-España. Bilbao.

ENGEL, E. (1857). Die Produktions-und Consumptions verhälnisse des Königreschs Sachsen. [Reeditado en (1895) *Bulletin de Institut International de Statistique* 9, 1-54 .

ENGEL, J., KNEIP, A. (1996). Recent approaches to estimating Engel curves. *Journal of Economics* 63, 187-212.

FAN, J. (1992). Design-adaptative nonparametric regression. *Journal of the American Statistical Association* 87, 998-1004.

FAN, J., GIJBELS, I. (1996). *Local Polynomial Modelling and Its Applications.* Chapman and Hall. Londres.

HOWE, H., POLLACK, R.A., WALES, T.J. (1979). Theory and Time Series Estimation of The Quadratic Expenditure System. *Econometrica* 47, 1231-1247.

ÍNDICE

INE (199*) *Encuesta de Presupuestos Familiares*. Madrid.

KNEIP, A. (1994). Nonparametric Estimation of Common Regressors for Similar Curve Data. *The Annals of Statistics* 22, 1386-1427.

LEWBEL, A. (1991). The Rank of Demand Systems: Theory and Nonparametric Estimation. *Econometrica* 59, 711-730.

LESER, C.E.V. (1963). Forms of Engel Functions. *Econometrica* 31, 694-703.

NADARAYA, E.A. (1964). On Estimating Regression. *Theory of Probability and Its Applications* 9, 141-142.

PENA, B. (director) (1996). *Distribución Personal de la Renta en España*. Pirámide. Madrid.

POLLACK, R.A., WALES, T.J. (1978). Estimation of Complete Demand Systems from Household Budget Data: The Linear and Quadratic Expenditure Systems. *American Economic Review* 68, 349-359.

PRAIS, S.J., HOUTHAKKER, H.S. (1971). *The Analysis of Family Budgets.* Cambridge University Press. Cambridge.

WAND, M.P., JONES, C. (1995). *Kernel Smoothing*. Chapman and Hall. Londres.

WATSON, G.S. (1964). Smooth Regression Analysis. *Sankhy a* Series A 26, 359-372