

Estudios de Economía Aplicada  
Nº 17, 2001. Págs. 163-182

# Un modelo de decisión multicriterio para la localización de centros de tratamiento de residuos

SANTOS PEÑATE, D.R.  
SUÁREZ-VEGA, R.  
DORTA GONZÁLEZ, P.

*Departamento de Métodos Cuantitativos en Economía y Gestión  
Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales  
Universidad de Las Palmas de Gran Canaria*

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por el Ministerio de Educación y Cultura mediante el proyecto PB95-1237-CO3-03.

## RESUMEN

En este trabajo se plantea un problema relacionado con la recogida, transporte y tratamiento de residuos. Se consideran centros generadores de residuos y centros de tratamiento, y se contempla la instalación de nuevas plantas de tratamiento en ciertas localizaciones seleccionadas en un conjunto de lugares candidatos. Para escoger estas localizaciones, se atiende a criterios económicos, riesgo y equidad. A diferencia de otros trabajos sobre gestión de residuos especiales, no deseados o nocivos, en este caso se consideran algunos centros generadores que son también centros de tratamiento; esta situación puede observarse, por ejemplo, en la gestión de los residuos sanitarios especiales. Se formula un modelo de programación por metas y se muestra una aplicación.

**Palabras Clave:** Localización, programación por metas, residuos especiales, medio ambiente.

## ABSTRACT

In this paper, a problem related with the collection, transport and treatment of waste is presented. Generator centres and treatment facilities are considered, and new treatment plants can be installed. The locations of treatment facilities are selected according to economics criteria, risk and equity. In this work, it is considered that some generator centres are treatment facilities too; an example is the

management of special sanitary waste in hospitals. A goal programming model is formulated and an application is shown.

**Keywords:** Location, goal programming, hazardous waste, environment.

Código UNESCO: 1207, 5304

Recibido en noviembre de 1999. Aceptado en junio de 2000.

## Introducción

En los últimos años, el interés por los problemas relacionados con el medio ambiente ha experimentado un crecimiento notable. Una muestra de ello es la aplicación de normativas establecidas en los países industrializados con el objetivo de proteger el medio natural y reducir el daño ecológico y personal que pueden ocasionar ciertos procesos. Parte de esta legislación medio ambiental se refiere al transporte y depósito, transformación o eliminación de los residuos, considerándose como un caso particular la gestión de los residuos tóxicos y peligrosos. Las operaciones realizadas con estos residuos llevan asociado un riesgo cuya incorporación en los modelos de transporte y localización se ha realizado de formas diversas. Desde una perspectiva tradicional, el riesgo se define como la probabilidad de sufrir un daño; si el perjuicio ocasionado es cuantificable, el valor del riesgo sería el producto de la probabilidad de una acción o incidente por la severidad del daño o consecuencia si la acción se produce (LaGrega, Buckingham y Evans, 1996). Existen definiciones alternativas del riesgo formuladas en términos de la población expuesta, el riesgo percibido, la probabilidad de incidente, etc. La forma en que el riesgo se incorpora en un modelo influye en la solución obtenida, de manera que una solución buena para un tipo de riesgo puede ser muy mala para otro tipo distinto. Ello sugiere la conveniencia de prestar una atención considerable a la selección de las medidas de riesgo (Erkut y Verter 1995, 1998, Wahlström, 1994). El concepto de riesgo percibido incorpora un término de aversión al riesgo ausente en la definición del riesgo tradicional denominado también riesgo técnico. Una operación *A* puede llevar asociado un riesgo percibido mayor que una operación *B* con riesgo técnico menor; la percepción de la sociedad no siempre coincide con el resultado de un análisis técnico. Un riesgo percibido alto se traduce normalmente en una gran oposición social. En la bibliografía sobre localización y rutas, el riesgo percibido aparece definido de varias formas, generalmente se expresa como el riesgo individual multiplicado por una potencia de la población, donde el riesgo individual puede venir expresado en función de las probabilidades de incidente y sus consecuencias (Erkut y Verter, 1995, 1998), como la cantidad de producto transportada por el núcleo de población (Giannikos, 1998), o de alguna otra manera.

La minimización del máximo riesgo al que están expuestos los centros de población constituye un criterio de equidad. Existen varias medidas de equidad que pueden ser utilizadas en modelos de localización y rutas (para una revisión de las medidas de equidad puede consultarse el trabajo de Marsh y Schilling, 1994). Estas medi-

das están orientadas a distribuir el daño entre la población de forma igualitaria, la percepción de la desigualdad por parte del público puede ser también motivo de rechazo social a la realización del proyecto, de ahí que, además de por cuestiones éticas, los criterios de equidad sean incorporados en los modelos por cuestiones prácticas.

Junto a los criterios de riesgo y equidad, que son los que más directamente afectan a la población, intervienen los aspectos económicos. El decisor persigue normalmente la maximización de beneficios o la minimización de los costes; de hecho, principalmente si el proyecto es de carácter privado, las restricciones relativas al riesgo y la equidad suelen ser consideradas porque así lo exige la legislación.

La implicación simultánea de aspectos tales como riesgo, equidad y coste, confiere a los problemas de transporte de residuos y ubicación de centros de tratamiento de una naturaleza multiobjetivo, de la misma manera que ocurre en gran parte de los problemas de localización (Current, Min y Schilling, 1990). Sin embargo la utilización de modelos multiobjetivo en problemas de localización de centros con efectos nocivos o no deseados ha sido escasa (Erkut y Neuman, 1989), si bien en los últimos años puede apreciarse un aumento del interés por los trabajos en este ámbito.

En un marco impuesto en gran medida por la normativa de la Comunidad Europea, se ha elaborado el Plan Integral de Residuos de Canarias (PIRC) con el objetivo de realizar una gestión integral de los residuos que se generan en las Islas. El plan distingue entre residuos sólidos urbanos (RSU), residuos industriales, residuos procedentes de actividades agrícolas y ganaderas, residuos forestales, y residuos derivados de actividades sanitarias. En este trabajo se plantea un problema de localización inspirado en el problema de la gestión de los residuos sanitarios. Parte de estos residuos son considerados RSU y gestionados de la misma manera que éstos; otra parte son clasificados como residuos especiales y requieren un tratamiento diferente debido a su carácter tóxico o infeccioso. Actualmente, en la Comunidad Autónoma Canaria, los residuos generados en los grandes centros públicos son tratados más o menos adecuadamente, no se conoce con exactitud la forma de gestión de los residuos en los centros de asistencia pequeños y en los centros privados.

Las dos formas genéricas de gestión en los centros sanitarios son la gestión tradicional y la gestión avanzada. La gestión avanzada se basa en una clasificación detallada de los residuos que asigna el carácter de especial sólo a aquellos que llevan asociados ciertos riesgos biológicos. En la gestión tradicional se consideran residuos infecciosos todos los generados en el contacto con los pacientes de cualquier tipo y con líquidos biológicos. La gestión avanzada requiere un personal más cualificado que la gestión tradicional. La gestión tradicional da lugar a una mayor cantidad de residuos clasificados como especiales y, consecuentemente, a la necesidad de una mayor capacidad de tratamiento posterior a la clasificación.

Puesto que los centros hospitalarios en la Comunidad Autónoma Canaria siguen un modelo tradicional, sin cambios significativos previstos para un futuro próximo, y que la cantidad de residuos generados en los centros sanitarios tiende a aumentar, lo que conduce a una saturación de los centros existentes, parece necesario ampliar la capacidad de tratamiento de este tipo de residuos. Existen varias formas de tratamiento posterior a la clasificación, tales como la incineración, la esterilización, la aplicación de microondas de infrarrojos, el calentamiento con trituración previa y la desinfección química. Cada procedimiento tiene ventajas e inconvenientes respecto al resto. El tratamiento realizado en los grandes hospitales canarios es la incineración, siendo uno de sus inconvenientes el rechazo social motivado por la emisión de sustancias nocivas a la atmósfera.

La construcción de un centro de tratamiento exterior a los centros sanitarios daría lugar a un sistema centralizado capacitado para gestionar residuos especiales procedentes de centros públicos y privados; este sistema es rechazado por ciertos sectores de la sociedad argumentando que una clasificación más escrupulosa de los residuos generados en los centros sanitarios permitiría el tratamiento de los residuos especiales en estos mismos centros. Sin embargo, en otras Comunidades Autónomas, a pesar de adoptar una clasificación exigente, se han establecido sistemas de gestión externos a los centros sanitarios.

En este trabajo se plantea un problema de localización discreto generalizando el problema del transporte y tratamiento de los residuos sanitarios, se persigue determinar las mejores ubicaciones de un máximo de  $p$  centros de tratamiento nuevos considerando los centros de tratamiento ya existentes y los generadores de residuos, atendiendo a criterios económicos y factores de riesgo y equidad. El modelo formulado en este trabajo es, con algunas diferencias, similar al presentado por Giannikos (1998). A diferencia del trabajo de Giannikos, en el modelo propuesto en este artículo se contemplan puntos generadores de residuos que pueden ser también centros de tratamiento. Además de varias capacidades posibles de estos centros, se consideran también varias modalidades de tratamiento. Se utilizan las mismas medidas de riesgo empleadas por Giannikos. El riesgo individual correspondiente a un núcleo de población se define como la cantidad de residuo transportado a través de este punto, y el riesgo total percibido se expresa como la suma de los riesgos individuales ponderados por la población. Se utiliza una medida de "desutilidad" ligeramente distinta a la usada por Giannikos. Se considera que la desutilidad causada por un centro de tratamiento es una función creciente del tamaño del centro y decreciente de la distancia entre el centro y la población. Puesto que en este trabajo se consideran localizaciones con población que pueden albergar un centro de tratamiento, se ha modificado la medida utilizada por Giannikos sumando una cantidad positiva pequeña en el denominador, con el fin de que esta medida estuviera definida para estos núcleos de población. También se ha modificado la aplicación de esta medida considerando

que los puntos con población afectados por un centro de tratamiento son los situados a una distancia de éste no superior a un valor dado. Por otro lado, se consideran costes variables y de inversión, además de los costes fijos y de transporte. El resto del trabajo está organizado en 3 secciones. En la sección 2 se plantea el problema y se formula un modelo de programación por metas que es la técnica de decisión multicriterio más utilizada (Romero, 1991; Tamiz, Jones y Romero, 1998). En la sección 3 se muestra una aplicación del modelo y en la sección 4 se señalan algunas mejoras y posibles extensiones del trabajo.

## 2. Planteamiento del problema y formulación del modelo

Se supone la existencia de  $n$  centros generadores de residuos y  $m$  centros de gestión de estos residuos, donde se aplica una y sólo una de las  $r$  formas de tratamiento. Los centros generadores y los de tratamiento se distribuyen en un territorio afectando a sus habitantes. Se asume que estos centros presentan aspectos no deseados que pueden ser objeto de rechazo social.

Se planea instalar un número máximo de  $p$  centros de tratamiento en localizaciones seleccionadas en un conjunto de  $s$  lugares candidatos. Cada nueva instalación podrá aplicar una y sólo una forma de tratamiento y tendrá un tamaño que se elegirá en un conjunto de  $t$  posibilidades.

Cada centro de tratamiento existente tiene una capacidad determinada, esta capacidad puede ser aumentada mediante la ampliación de las instalaciones lo que requeriría cierta inversión. La creación de centros nuevos lleva asociada también una inversión cuya cuantía depende del tamaño de las instalaciones y del tipo de tratamiento que se realice.

Las localizaciones de los centros generadores de residuos, centros de tratamiento y poblacionales forman el conjunto de nodos,  $V$ , de una red  $N(V,A)$  con conjunto de arcos  $A$ .

El problema consiste en determinar dónde deben instalarse los centros de tratamiento para cumplir ciertos objetivos tales como minimizar costes, minimizar el riesgo, maximizar una medida de equidad, etc. No se contempla la posibilidad de cerrar los centros de tratamiento existentes.

Los conjuntos, variables, parámetros, objetivos y restricciones del problema de decisión multicriterio se describen seguidamente.

- *Conjuntos*

$I$ : conjunto de  $n$  centros generadores de residuos.

$J$ : conjunto de  $s$  localizaciones candidatas para centros de tratamiento nuevos.

$J'$ : conjunto de  $m$  localizaciones de centros de tratamiento existentes.

$K$ : conjunto de  $t$  tamaños posibles de los centros nuevos.

$K'$ : conjunto de  $t'$  posibles ampliaciones de los centros existentes.

$L$ : conjunto de  $r$  tratamientos posibles.

$H$ : conjunto de  $q$  centros de población.

$I_i = \{v \in V / (v, i) \in A\}$  para  $i \in V$ .

$O_i = \{v \in V / (i, v) \in A\}$  para  $i \in V$ .

Se considera que las intersecciones  $I \cap (J \cup J')$ ,  $H \cap (J \cup J')$ ,  $I \cap H$ , pueden ser no vacías.

- *Variables*

$y_{jkl} = 1$  si se instala un centro de tamaño  $k$  que aplica el tratamiento  $l$  en la localización  $j$ , 0 en otro caso, donde  $j \in J$ ,  $k \in K$ ,  $l \in L$ .

$x_{ij} =$  cantidad de residuo transportado desde  $i$  hasta  $j$  con  $(i, j) \in A$ .

$X_j =$  cantidad de residuo tratado en el centro  $j \in J \cup J'$ .

$z_{jk} = 1$  si se aplica la  $k$ -ésima opción de ampliación del centro de tratamiento existente en  $j \in J'$  con  $k \in K'$ .

$u_h =$  cantidad generada en  $h \in H$  que no es tratada en  $h$ .

- *Parámetros*

$\alpha_j =$  capacidad del centro existente en  $j \in J'$

$\beta_k =$  capacidad de la ampliación  $k \in K'$ .

$\gamma_k =$  capacidad del centro nuevo de tamaño  $k \in K$ .

$\delta_{ij} =$  distancia en la red desde  $i$  hasta  $j$ .

$\zeta_{jkl} =$  coste fijo de un centro de tratamiento de tamaño  $k$  y tipo  $l$  en  $j \in J$ .

$\zeta'_{jk} =$  incremento del coste fijo en el centro de tratamiento existente  $j \in J'$  debido a la ampliación  $k \in K'$ .

$\eta_j =$  coste unitario de tratamiento en el centro  $j \in J \cup J'$ .

$\mu_{ij} =$  coste unitario de transporte desde  $i$  hasta  $j$  para  $(i, j) \in A$ .

$v_{jkl} =$  coste de un nuevo centro de tamaño  $k \in K$  en  $j \in J$  que aplica el tratamiento  $l \in L$ .

$v'_{jk} =$  coste de la ampliación  $k \in K'$  en  $j \in J'$ .

$\tau_i =$  cantidad de residuo generado en  $i \in I$ .

$\omega_h =$  población en  $h \in H$ .

$\theta, \lambda, \rho, \varepsilon =$  parámetros utilizados en la definición de la medida de "desutilidad".

- *Objetivos*

1. Minimizar el coste total de operación (coste fijo + coste variable + coste de transporte):

$$\min \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \zeta_{jkl} y_{jkl} + \sum_{j \in J'} \sum_{k \in K'} \zeta_{jk} z_{jk} + \sum_{j \in J \cup J'} \eta_j X_j + \sum_{(i,j) \in A} \mu_{ij} x_{ij}$$

2. Minimizar el coste de la inversión:

$$\min \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} v_{jkl} y_{jkl} + \sum_{j \in J'} \sum_{k \in K'} v_{jk} z_{jk}$$

3. Minimizar el riesgo total percibido debido al transporte:

$$\min \sum_{h \in H} \omega_h R_h$$

donde  $R_h$  es el riesgo individual medido por la cantidad de residuo transportado a través de  $h \in H$  (cantidad que llega a  $h$  más la cantidad generada en  $h$  que no es tratada en  $h$ ).

4. Minimizar el riesgo máximo  $R_{max}$  (se atiende así a un criterio de equidad):

$$\min R_{max}$$

donde  $R_{max} = \max \{R_h / h \in H\}$ .

5. Minimizar la "desutilidad colectiva" máxima:

$$\min E_{max}$$

donde  $E_{max} = \max \{\omega_h E_h / h \in H\}$  y  $E_h$  es la medida de desutilidad individual definida en función de la capacidad de tratamiento de los centros y la distancia entre éstos y  $h$ . Para cada población  $h$ , se considera el efecto de los centros cuyo área de influencia contiene a  $h$ . El área de influencia de un centro de tratamiento está constituida por los puntos situados a una distancia de este centro no superior a un umbral prefijado.

Los objetivos incluyen funciones de coste, riesgo y desutilidad. Frecuentemente coste y riesgo son dos objetivos enfrentados, en el sentido de que una reducción del coste puede llevar asociado un aumento del riesgo. Cuando se trata de transportar sustancias nocivas o peligrosas puede optarse por un recorrido más largo y costoso con el fin de evitar el paso por las zonas con mayor población y reducir así el riesgo. Los objetivos 1 y 2 consisten en la minimización de los costes de operación e inver-



sión respectivamente. El objetivo 3 es la minimización del riesgo percibido definido como la suma de los riesgos individuales ponderados por la población, donde el riesgo individual correspondiente a un nodo viene medido por la cantidad de residuo que se transporta a través de éste. Se ha tomado la misma definición usada por Giannikos (1998). El objetivo 4 representa una medida de equidad consistente en minimizar el máximo riesgo soportado por la población. En ocasiones aumentar la equidad supone aumentar el riesgo percibido total. Las funciones  $E_n$  que intervienen en el objetivo 5 hacen referencia a la "desutilidad" experimentada por un individuo sometido a los efectos no deseados de un centro de tratamiento, interpretable también, en el caso de centros con efectos nocivos, como un riesgo tanto mayor cuanto más próximo esté el centro y mayor sea su capacidad. La inclusión de este objetivo responde a un criterio de equidad colectivo y tiende a situar las nuevas instalaciones en localizaciones cuyas áreas de influencia (determinada por el umbral  $\theta$ ) tienen menos población.

- *Restricciones*

1. Se instala un número máximo de  $p$  centros de tratamiento:

$$\sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} y_{jkl} \leq p .$$

Esta restricción considera sólo los centros nuevos y no incluye las ampliaciones de los ya existentes.

2. En cada localización candidata para instalar un nuevo centro, podrá establecerse como máximo un centro que tendrá uno de los tamaños posibles y realizará una de las modalidades de tratamiento:

$$\sum_{k \in K} \sum_{l \in L} y_{jkl} \leq 1, \quad \forall j \in J .$$

3. En cada centro existente puede ejecutarse como máximo una de las ampliaciones posibles:

$$\sum_{k \in K'} z_{jk} \leq 1, \quad \forall j \in J' .$$

4. La cantidad de residuo tratada en un centro no puede exceder su capacidad:

$$X_j \leq \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \gamma_k y_{jkl}, \quad \forall j \in J$$

$$X_j \leq \alpha_j + \sum_{k \in K'} \beta_k z_{jk}, \quad \forall j \in J' .$$

5. La cantidad tratada en  $j \in J \cup J'$  es igual a la cantidad generada en  $j$  más la cantidad que entra en  $j$  menos la cantidad que sale de  $j$ :

$$X_j = \tau_j + \sum_{v \in I_j} x_{vj} - \sum_{v \in O_j} x_{jv} \quad \forall j \in I \cap (J \cup J')$$

$$X_j = \sum_{v \in I_j} x_{vj} - \sum_{v \in O_j} x_{jv} \quad \forall j \in (J \cup J') - I$$

$$0 = \tau_j + \sum_{v \in I_j} x_{vj} - \sum_{v \in O_j} x_{jv} \quad \forall j \in I - (J \cup J').$$

6. Todos los residuos generados tienen que ser tratados:

$$\sum_{j \in J \cup J'} X_j \geq \sum_{i \in I} \tau_i.$$

(Puesto que las restricciones en 5 implican la igualdad en la restricción 6, se prescinde de esta última restricción).

7. Determinación de la cantidad generada en  $h \in H$ , no tratada en  $h$  (se utiliza en la definición del riesgo):

$$u_h \geq \sum_{v \in O_h} x_{hv} - \sum_{v \in I_h} x_{vh} \quad \forall h \in (H \cap I) \cup (J \cup J').$$

8. Definición del riesgo:

$$R_h = \begin{cases} \sum_{v \in I_h} x_{vh} & \text{si } h \in H - I \\ \sum_{v \in I_h} x_{vh} + \tau_h & \text{si } h \in (H \cap I) - (J \cup J') \\ \sum_{v \in I_h} x_{vh} + u_h & \text{si } h \in (H \cap I) \cap (J \cup J') \end{cases}$$

9. Restricciones que introducen el riesgo máximo:

$$R_{max} \geq R_h, \quad \forall h \in H.$$

10. Definición de la desutilidad:

$$E_h = \sum_{j \in J / \delta_{hj} \leq \theta} \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \frac{(\gamma_k y_{jkl})^{\lambda_l}}{(\varepsilon + \delta_{hj})^{\rho_l}} + \sum_{j \in J' / \delta_{hj} \leq \theta} \sum_{k \in K'} \frac{(\alpha_j + \beta_k z_{jk})^{\lambda_{lj}}}{(\varepsilon + \delta_{hj})^{\rho_{lj}}}.$$

En este trabajo se ha asignado el valor 1 a cada uno de los exponentes y 0.1 al parámetro  $\epsilon$ . El índice  $l_j$  representa la modalidad de tratamiento en el centro existente en  $j$ .

11. Restricciones que introducen la desutilidad colectiva máxima:

$$E_{max} \geq w_h E_h, \quad \forall h \in H.$$

12. Restricciones de no negatividad de las variables:

$$X_j \geq 0, \quad \forall j \in J \cup J'$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad \forall (i, j) \in A$$

$$u_h \geq 0, \quad \forall h \in H$$

13. Restricciones para variables binarias:

$$y_{jkl} \in \{0, 1\}, \quad \forall j \in J, \forall k \in K, \forall l \in L$$

$$z_{jk} \in \{0, 1\}, \quad \forall j \in J', \forall k \in K'$$

Para resolver el problema multicriterio se aplica un modelo de programación por metas que, según se desprende de la bibliografía consultada, es la técnica de decisión multicriterio más utilizada (Romero, 1991; Tamiz, Jones y Romero, 1998). Esta técnica es adecuada para resolver problemas donde, como ocurre en este caso, las autoridades y técnicos fijan valores deseables para los costes y las medidas de riesgo y desutilidad.

Para aplicar esta técnica se introducen las variables de desviación y las metas correspondientes a cada objetivo:

- *Variables de desviación:*

$d_i^-$ ,  $d_i^+$ : variables de desviación negativa y positiva para el objetivo  $i$  antes de la normalización.

$\tilde{d}_i^-$ ,  $\tilde{d}_i^+$ : variables de desviación negativa y positiva para el objetivo  $i$  después de la normalización.

- *Parámetros:*

$M_i$ : nivel de aspiración (meta) para el objetivo  $i$ .

- *Formulación de las metas:*

$$1. \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \zeta_{jkl} y_{jkl} + \sum_{j \in J'} \sum_{k \in K'} \zeta_{jk} z_{jk} + \sum_{j \in J \cup J'} \eta_j X_j + \sum_{(i,j) \in A} \mu_{ij} x_{ij} + d_i^- - d_i^+ = M_i$$

$$2. \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} v_{jkl} y_{jkl} + \sum_{j \in J'} \sum_{k \in K'} v_{jk} z_{jk} + d_2^- - d_2^+ = M_2$$

$$3. \sum_{h \in H} \omega_h R_h + d_3^- - d_3^+ = M_3$$

$$4. R_{max} + d_4^- - d_4^+ = M_4$$

$$5. E_{max} + d_5^- - d_5^+ = M_5$$

- Formulación de las metas normalizadas (se debe normalizar ya que se utilizan unidades de medida diferentes), expresando las desviaciones en términos de porcentajes (Romero, 1991; Tamiz y Jones, 1996; Tamiz, Jones y Romero, 1998):

$$1. \frac{100}{M_1} \left( \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \zeta_{jkl} y_{jkl} + \sum_{j \in J'} \sum_{k \in K'} \zeta_{jk} z_{jk} + \sum_{j \in J \cup J'} \eta_j X_j + \sum_{(i,j) \in A} \mu_{ij} x_{ij} \right) + \tilde{d}_1^- - \tilde{d}_1^+ = 100$$

$$2. \frac{100}{M_2} \left( \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} v_{jkl} y_{jkl} + \sum_{j \in J'} \sum_{k \in K'} v_{jk} z_{jk} \right) + \tilde{d}_2^- - \tilde{d}_2^+ = 100$$

$$3. \frac{100}{M_3} \sum_{h \in H} \omega_h R_h + \tilde{d}_3^- - \tilde{d}_3^+ = 100$$

$$4. \frac{100}{M_4} R_{max} + \tilde{d}_4^- - \tilde{d}_4^+ = 100$$

$$5. \frac{100}{M_5} E_{max} + \tilde{d}_5^- - \tilde{d}_5^+ = 100$$

- El objetivo en el programa con metas es minimizar la suma de las desviaciones positivas:

$$\min \alpha_1 \tilde{d}_1^+ + \alpha_2 \tilde{d}_2^+ + \alpha_3 \tilde{d}_3^+ + \alpha_4 \tilde{d}_4^+ + \alpha_5 \tilde{d}_5^+$$

donde  $\alpha_i, 1 \leq i \leq 5$ , son los pesos asignados a las desviaciones.

### 3. Aplicación

El modelo se aplica considerando una situación aproximada a la real en la gestión de los residuos sanitarios en la isla de Gran Canaria, aunque con datos simulados o

no actualizados. Existen 3 centros hospitalarios con instalaciones de tratamiento (incineradores). Estos hospitales públicos son centros generadores de residuos de la misma manera que otros centros públicos y privados de la isla que se han agrupado situándose en 6 nodos de la red, se tendrían pues 9 centros generadores y 3 de tratamiento existentes. Un nuevo centro de tratamiento puede ser instalado en alguno de los 4 nodos candidatos. En la figura 1 aparece representada la red donde se desarrolla el problema, en ella aparecen la numeración de los nodos y la longitud de los arcos (distancias). Se consideran 2 formas de tratamiento y 2 tamaños posibles para los nuevos centros de tratamiento y las ampliaciones de los ya existentes. Todos los nodos de la red tienen población. Los datos utilizados se muestran en la tabla 1.

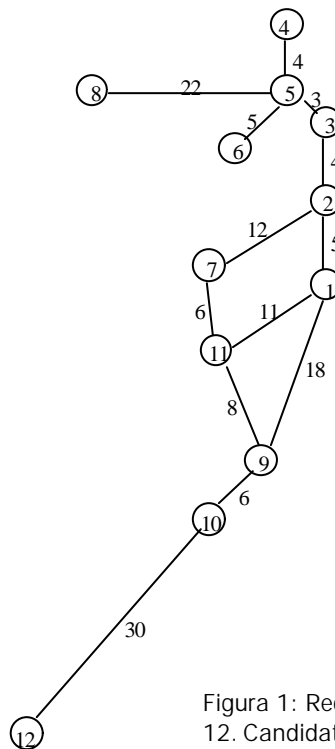


Figura 1: Red. Generadores: 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 12. Candidatos: 4, 6, 10, 11. Existentes: 1, 5, 7.

La tabla 2 contiene las ternas (localización, tamaño, tratamiento) óptimas para cada objetivo tomado separadamente cuando no se admiten ampliaciones de los centros existentes. Así la terna (4,2,2) optimiza los objetivos 1 y 4, y (11,2,2) optimiza los objetivos 3 y 5. El objetivo 2 es optimizado por la terna (11,2,1). En las columnas tercera a la séptima se muestran los mejores valores de las funciones objetivo tomados separadamente y para cada una de las ternas mencionadas (primera línea), y los valores correspondientes a una solución eficiente (rutas eficientes) fijada cada una de estas ternas (segunda línea).

---

**Tabla 1. Conjuntos y parámetros**


---

$I = \{1,2,3,4,5,7,8,9,12\}$   
 $J = \{4,6,10,11\}$   
 $J' = \{1,5,7\}$   
 $K = K' = \{1,2\}$   
 $L = \{1,2\}$   
 $H = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$   
 Arcos:  
 (1,2) (1,9) (1,11) (2,3) (2,7) (3,5) (4,5) (5,6) (5,8)  
 (7,11) (9,10) (9,11) (10,12) (2,1) (9,1) (11,1) (3,2)  
 (7,2) (5,3) (5,4) (6,5)(8,5) (11,7) (10,9) (11,9) (12,10)  
 $p = 1$   
 $\alpha$ : 1000 800 80  
 $\beta$ : 50 100  
 $\gamma$ : 1000 1500  
 $\delta$ :  
 5 18 11 4 12 3 4 5 22 6 6 8 30  
 5 18 11 4 12 3 4 5 22 6 6 8 30  
 $\zeta_{kl}$ :  
 50000 40000 100000 70000  
 50000 40000 100000 70000  
 50000 40000 100000 70000  
 45000 35000 90000 60000  
 $\zeta_k$ :  
 2000 1500  
 2000 1500  
 2000 1500  
 $\eta$  (nuevos): 3 3 3 3  
 $\eta$  (existentes): 3.2 3.2 3.5  
 $\mu$ : Los valores siguientes multiplicados por la longitud del arco  
 1 1 1.5 1.8 1.6 1.7 1.3 1.3 1 1.4 1 1.4 1  
 1 1 1.5 1.8 1.6 1.7 1.3 1.3 1 1.4 1 1.4 1  
 $v_{jkl}$ : 50 75 65 80 50 75 65 80 50 75 65 80 45 60 60 75  
 $v_{jk}$ : 10 15 10 15 10 15  
 $\tau$ : 987 453 667 70.2 740 75 34 9 69  
 $\omega$ : 20 35 40 5 30 4 10 20 35 20 3 40  
 $\theta = 15$

---

De los resultados mostrados en la tabla 2, podría deducirse que los nodos 4 y 11 son buenas localizaciones para instalar un nuevo centro de tratamiento. Salvo que se priorice el segundo objetivo (coste de la inversión), las mejores opciones son las ternas (4,2,2), y (11,2,2). La preferencia sobre una u otra depende de la importancia que el decisor asigne a los objetivos 1 y 4, respecto a los objetivos 3 y 5. La tabla 3 contiene las diferencias relativas correspondientes a las soluciones eficientes de la tabla 2 para las ternas (4,2,2) y (11,2,2) respecto de los valores ideales. Puede observarse que las mayores diferencias entre las dos ternas radican en los objetivos 1 (coste de operación) y 3 (riesgo percibido).

**Tabla 2. Ternas óptimas y soluciones eficientes**

Objetivo	$y(j,k,l)=1$	Objetivo 1 Coste Operación	Objetivo 2 Coste Inversión	Objetivo 3 Riesgo Percibido	Objetivo 4 Máx. Riesgo Individual	Objetivo 5 Máx. Desutilid. Colectiva
Objetivo 1	y(4,2,2)	100369 100369	80 80	116000 116420	1214 1214	253454.9 253454.9
Objetivo 2	y(11,2,1)	134333.6 134333.6	60 60	95575.6 107128.6	1224.2 1224.2	242479.3 242479.3
Objetivo 3	y(11,2,2)	104333.6 111325.4	75 75	95575.6 95666.6	1224.2 1224.2	242479.3 242479.3
Objetivo 4	y(4,2,2)	100369 100369	80 80	116000 116420	1214 1214	253454.9 253454.9
Objetivo 5	y(11,2,2)	104333.6 111325.4	75 75	95575.6 95666.6	1224.2 1224.2	242479.3 242479.3

**Tabla 3. Diferencias relativas respecto a los valores ideales.**

Objetivo	y(4,2,2)	y(11,2,2)
Objetivo 1	0	$\frac{ 100369 - 111325.4 }{100369} = 0.109161$ (10.91%)
Objetivo 2	$\frac{ 80 - 60 }{60} = 0.333333$ (33.33%)	$\frac{ 75 - 60 }{60} = 0.25$ (25%)
Objetivo 3	$\frac{ 95575.6 - 116420 }{95575.6} = 0.218093$ (21.80%)	0
Objetivo 4	0	$\frac{ 1214 - 1224.2 }{1214} = 0.008401$ (0.84%)
Objetivo 5	$\frac{ 242479.3 - 253454.9 }{242479.3} = 0.045264$ (4.52%)	0

Tabla 4. Soluciones para 3 escenarios distintos

Escenario 1	Escenario 2	Escenario 3
$M_1 = 102351.3$	$M_1 = 102351.3$	$M_1 = 100360$
$M_2 = 80$	$M_2 = 80$	$M_2 = 80$
$M_3 = 105787.8$	$M_3 = 116000$	$M_3 = 116000$
$M_4 = 1219.1$	$M_4 = 1219.1$	$M_4 = 1219.1$
$M_5 = 247967.1$	$M_5 = 247967.1$	$M_5 = 247967.1$
$Y(11,2,2) = 1$	$Y(4,2,2) = 1$	$Y(4,2,2) = 1$
$X(1,11) = 1012.12$	$X(2,3) = 513$	$X(1,2) = 60$
$X(2,1) = 1025.12$	$X(3,5) = 1180$	$X(2,3) = 513$
$X(2,7) = 139.08$	$X(5,4) = 1154$	$X(3,5) = 1180$
$X(3,2) = 711.20$	$X(7,2) = 60$	$X(5,4) = 1154$
$X(4,5) = 70.2$	$X(8,5) = 34$	$X(8,5) = 34$
$X(5,3) = 44.20$	$X(9,1) = 13$	$X(9,1) = 73$
$X(7,11) = 134.08$	$X(9,11) = 65$	$X(9,11) = 5$
$X(8,5) = 34$	$X(10,9) = 69$	$X(10,9) = 69$
$X(9,11) = 78$	$X(10,9) = 69$	$X(11,7) = 5$
$X(10,9) = 69$	$X(11,7) = 65$	$X(12,10) = 69$
$X(12,10) = 60$	$X(12,10) = 69$	
$X_1(11) = 1224.2$	$X_1(4) = 1224.2$	$X_1(4) = 1224.2$
$X_2(1) = 1000$	$X_2(1) = 1000$	$X_2(1) = 1000$
$X_2(5) = 800$	$X_2(5) = 800$	$X_2(5) = 800$
$X_2(7) = 80$	$X_2(7) = 80$	$X_2(7) = 80$
OBJETIVO 1 = 105151.5	OBJETIVO 1 = 101317	OBJETIVO 1 = 100369
OBJETIVO 2 = 75	OBJETIVO 2 = 80	OBJETIVO 2 = 80
OBJETIVO 3 = 105787.8	OBJETIVO 3 = 116000	OBJETIVO 3 = 116420
OBJETIVO 4 = 1224.2	OBJETIVO 4 = 1214	OBJETIVO 4 = 1214
OBJETIVO 5 = 242479.3	OBJETIVO 5 = 253454.9	OBJETIVO 5 = 253454.9
DPOSITIVA1 = 2.735864	DPOSITIVA1 = 0	DPOSITIVA1 = 0.0089
DPOSITIVA2 = 0	DPOSITIVA2 = 0	DPOSITIVA2 = 0
DPOSITIVA3 = 0	DPOSITIVA3 = 0	DPOSITIVA3 = 0.3620690
DPOSITIVA4 = 0.4183432	DPOSITIVA4 = 0	DPOSITIVA4 = 0
DPOSITIVA5 = 0	DPOSITIVA5 = 2.213137	DPOSITIVA5 = 2.213137

La tabla 4 muestra las soluciones para tres conjuntos diferentes de valores de las metas considerando que no se amplían los centros existentes. En todos los casos se ha asignado el valor 80 a la meta 2; puesto que éste es el valor máximo alcanzado en el conjunto factible, esta meta no es relevante en el proceso de obtención de la solución que queda determinada por el resto de los objetivos. Se ha asignado el valor 1 a todos los pesos de las desviaciones. En el escenario 1, se han tomado los valores medios de los mejores valores obtenidos para las ternas (4,2,2) y (11,2,2) (valores de



la primera fila de la tabla 2). Los valores asignados a las metas 1, 2, 4 y 5, en el escenario 2 coinciden con los del escenario 1, para la meta 3 se ha elegido el mejor valor obtenido para la terna (4,2,2). En el escenario 3, se ha reducido el valor correspondiente a la meta 1 situándolo por debajo del valor ideal, en este caso se obtiene la solución eficiente mostrada en la tabla 2. Las desviaciones positivas (en porcentajes) se encuentran al final de la tabla.

Las preferencias de la Administración sobre la instalación de una planta de tratamiento de residuos sanitarios en uno de los complejos de tratamiento de residuos ya existentes, y el hecho de que uno de estos complejos está situado en el nodo 11, no existiendo ninguno en el nodo 4, justificarían la elección del nodo 11 para instalar un centro de tratamiento.

#### 4. Mejoras y extensiones

La asunción de un coste unitario  $\eta_j$  independiente de la modalidad de tratamiento es algo simple, cabe esperar un coste  $\eta_{jl}$  por unidad tratada en  $j$  de la forma  $l$ . Este nuevo supuesto puede incluirse en el modelo definiendo unas variables  $X_{jl}$  no negativas para  $j \in J, l \in L$ , representando la cantidad tratada en  $j$  de la forma  $l$ , y tales que  $X_j = \sum_{l \in L} X_{jl}$  y  $X_{jl} \leq \sum_{k \in K} \gamma_k y_{jkl}$  para  $j \in J, l \in L$ , y sustituyendo en la función objetivo correspondiente  $\eta_j X_j$  por  $\sum_{l \in L} \eta_{jl} X_{jl}$ .

Los niveles de aspiración para las metas se han fijado de forma un tanto arbitraria. En situaciones reales, estos valores suelen ser sugeridos por algún organismo gubernamental o entidades y equipos técnicos que participan en el proyecto de instalación de los centros de tratamiento. Los valores de los parámetros tales como el umbral de distancia empleado en la definición de la medida de desutilidad, han sido fijados también con cierta arbitrariedad. Dependiendo de las características de los centros de tratamiento puede ser conveniente definir esta medida utilizando la distancia euclídea e incorporando la dirección del viento u otros aspectos relacionados con la difusión del daño causado por estas instalaciones (Boffey y Karkazis, 1995).

Respecto a la aplicación mostrada en este trabajo, la Administración ha manifestado su deseo de minimizar las operaciones y costes asociados al transporte de los residuos, a la vez que situar los nuevos centros de tratamiento en zonas industriales u otras localizaciones separadas de los centros de población, contemplando la posibilidad de situarlos en algún complejo medio ambiental ya existente. Estos aspectos se han incorporado en el modelo mediante la definición de los objetivos y la elección de los nodos candidatos a acoger los nuevos centros. En la aplicación se ha prescindido

de la ampliación de centros ya existentes por ser ésta la situación más realista en el caso de la isla de Gran Canaria.

Parte de los datos utilizados en la aplicación se ajustan a los recogidos en el PIRC, otros de los valores empleados son hipotéticos ya que no se dispone de ellos en la actualidad. Se desconocen, entre otros datos, los costes correspondientes a las nuevas instalaciones y las cantidades de residuos generados por laboratorios y consultas privadas. Además podría ser necesario incorporar ciertas restricciones relacionadas con el funcionamiento de los dispositivos de tratamiento, así, por ejemplo, ciertos mecanismos de tratamiento de residuos requieren un nivel de operación mínimo para que su rendimiento sea bueno. Por otro lado, la creación reciente de un nuevo hospital ha supuesto un cambio en la red sanitaria, de manera que algunos centros están destinados a desarrollar una función diferente a la realizada en el pasado. Todavía hoy se discute el uso de alguno de estos centros cuyos enfermos han sido trasladados al nuevo hospital. Además, la legislación relativa a la gestión de los residuos sanitarios se encuentra en estado de "borrador" y está siendo revisada por los Servicios Jurídicos del Gobierno Autónomo de Canarias. Todo lo anterior sugiere que una extensión del trabajo consistiría en revisar la aplicación utilizando datos actualizados para obtener un resultado útil en el contexto del PIRC.

Por otro lado, en ocasiones, las preferencias del decisor sugieren una función de penalización de las desviaciones no lineal, siendo un caso particular el de las funciones de penalización lineales a trozos (Tamiz, Jones y Romero (1998) hacen referencia a algunos trabajos donde se utilizan funciones de penalización no lineales y Giannikos (1998) propone una versión de su problema utilizando funciones lineales a trozos). Si, por ejemplo, una desviación en la primera meta de entre el 20% y el 30% tiene 2 veces la importancia de una desviación entre el 0% y el 20%, y por encima del 30% las desviaciones se consideran inaceptables, se escribirían las expresiones

$$\frac{100}{M_1} f_1 - \tilde{d}_{11}^+ - \tilde{d}_{12}^+ + \tilde{d}_1^- = 100$$

con

$$0 \leq \tilde{d}_{11}^+ \leq 20 \qquad 0 \leq \tilde{d}_{12}^+ \leq 10 \qquad \tilde{d}_1^- \geq 0$$

donde  $f_1$  representa la primera función objetivo.

En la función objetivo se tendría

$$\min \tilde{d}_{11}^+ + 2\tilde{d}_{12}^+ + \sum_{i=2}^4 \tilde{d}_i^+ .$$

Finalmente, podría realizarse un análisis computacional sobre la influencia del tamaño de problema en el comportamiento del modelo y estudiar la conveniencia de utilizar algoritmos heurísticos para facilitar su resolución.

## 5. Bibliografía

- BOFFEY, B., J. KARKAZIS (1995). Location routing and environment. En *Facility Location. A Survey of Applications and Methods*. Ed. Zvi Drezner.
- CONSEJERÍA DE POLÍTICA TERRITORIAL Y MEDIO AMBIENTE. Plan Integral de Residuos de Canarias. Residuos Sanitarios.
- CURRENT, J., H. MIN, D. SCHILLING (1990). Multiobjective analysis of facility location decisions. *EJOR*, 49, 295-307.
- DANIEL, S.E., D.C. DIAKOULAKI, C.P. PAPPIS (1997). Operations research and environmental planning. *EJOR*, 102, 248-263.
- ERKUT, E., S. NEUMAN (1989). Analytical models for locating undesirable facilities. *EJOR*, 40, 275-291.
- ERKUT, E., V. VERTER (1995). Hazardous materials logistics. En *Facility Location. A Survey of Applications and Methods*. Ed. Zvi Drezner.
- ERKUT, E., V. VERTER (1998). Modeling of transport risk for hazardous materials. *Operations Research*, 46, 5,625-642.
- GIANNIKOS, I. (1998). A multiobjective programming model for locating treatment sites and routing hazardous wastes. *EJOR*, 104, 333-342.
- KORHONEN, P., H. MOSKOWITZ, J. WALLENIUS (1992). Multiple criteria decision support- A review. *EJOR*, 63, 361-375.
- LAGREGA, M.D., P. BUCKINGHAM, J. C. EVANS. (1996) Gestión de residuos tóxicos. Tratamiento, eliminación y recuperación de suelos. Ed. McGraw-Hill
- LOZANO, A.J., J.A. MESA (1999). Location of facilities with undesirable effects and inverse location problems: a classification. Documento de trabajo. Departamento de Matemática Aplicada, Universidad de Sevilla.
- MARSH, M., D.A SCHILLING. (1994). Equity measurement in facility location analysis: A review and framework. *EJOR*, 74, 1-17.
- MUÑOZ PÉREZ, J. (1996). Localización de centros no deseados. En *Lecturas en teoría de localización*. Ed. Justo Puerto. Universidad de Sevilla.
- ROMERO, C. (1991). *Handbook of critical issues in goal programming*. Pergamon Press, Oxford.
- TAMIZ, M., D.F. JONES (1996). An overview of current solution methods and modelling practices in goal programming. En *Multi-objective programming and goal programming. Theories and applications*. Ed. Mehrdad Tamiz.

TAMIZ, M., D. JONES, C. ROMERO (1998). Goal programming for decision making: An overview of the current state-of-the-art. *EJOR*, 569-581

VINCKE, P. (1992). *Multicriteria decision-aid*. Wiley.

WAHLSTRÖM, B. (1994). Models, modelling and modellers: an application to risk analysis. *EJOR*, 75, 477-487.