ÍNDICE



Estudios de Economía Aplicada
Nº 17, 2001. Págs. 85-105

# Observaciones anómalas y contrastes de raíz unitaria en datos semanales

CÁCERES HERNÁNDEZ, José Juan
CANO FERNÁNDEZ, Víctor J.
MARTÍN ÁLVAREZ, Francisco J.
*Departamento de Economía de las Instituciones,*
*Estadística Económica y Econometría*
*Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales*
*Universidad de La Laguna*

Los autores agradecen sinceramente los comentarios y sugerencias realizadas por los evaluadores, que sin duda, han contribuido a la mejora de este trabajo.

RESUMEN

Hylleberg y otros (1990) desarrollaron un procedimiento de contraste de raíces unitarias estacionales para datos trimestrales. Dicho procedimiento fue extendido a series semanales por Cáceres (1996). Pues bien, en este trabajo se examinan los efectos de la presencia de observaciones anómalas sobre el tamaño y la potencia de los contrastes de raíz unitaria en datos semanales. La evaluación de dichos efectos se lleva a cabo a través de experimentos de Monte Carlo y, únicamente, para el caso de observaciones anómalas de tipo aditivo, que se introducen –con diferente tamaño y frecuencia– como elementos integrantes del proceso generador de datos. Asimismo, se toman en consideración distintas situaciones caracterizadas por la incorporación o no de ciertos componentes determinísticos en la regresión auxiliar de contraste. Los resultados obtenidos se complementan con una aplicación empírica a una serie temporal económica real.

**Palabras clave:** *datos semanales, raíces unitarias, observaciones anómalas*

ABSTRACT

Hylleberg et al (1990) developed a procedure for testing for seasonal unit roots in quarterly data, which was extended to weekly series by Cáceres (1996). Size and power of seasonal unit root tests depend on the presence of outlying observations. In this paper, these effects are analyzed by weekly series. The measuring of such effects is based on Monte Carlo methods. We have studied only one type

ÍNDICE



of outliers: additive outliers, with different magnitudes and frequencies. Because the test statistic distributions depend on whether or not certain deterministic terms are present or absent, various combinations of constants, seasonal dummies and trends have been included in the auxiliary regression. The obtained results are illustrated with an application to economic time series.

***Key words:*** *weekly data, unit roots, additive outliers*

*Código UNESCO: 530205*

Artículo recibido en marzo de 2000. Revisado en junio de 2000.

## 1. Introducción

Desde comienzos del siglo pasado, se considera en economía que una serie temporal es el resultado de la agregación de varios componentes inobservables con diferentes periodicidades. A partir de ese momento, numerosas investigaciones se han dedicado a separar el componente estacional, con un período aproximado de un año, del resto de la serie, con objeto de centrar el análisis en la tendencia y el ciclo, tradicionalmente considerados como los componentes más importantes en el análisis económico. Afortunadamente, cada vez se acepta con mayor unanimidad entre los economistas que la estacionalidad es responsable de una parte importante de la variabilidad mostrada por una serie temporal. De ahí que hayan proliferado en los últimos años nuevos modelos para la estacionalidad y, sobre todo, se ha producido un cambio de orientación, prestándose mayor atención al objetivo de especificar la estacionalidad, frente al objetivo de eliminarla para evitar que contamine otros componentes. Uno de los aspectos en los que se ha centrado este debate es la naturaleza de la estacionalidad y, en particular, la distinción entre series con variaciones estacionales estacionarias y aquellas otras que exhiben variaciones estacionales de naturaleza estocástica no estacionaria[1]. La existencia o no de raíz unitaria supone una respuesta diferente a los *shocks* aleatorios y un comportamiento diferente del proceso. En respuesta a este fenómeno, se han planteado diferentes propuestas para el contraste de raíz unitaria tanto en la frecuencia cero como en cada una de las frecuencias estacionales. La posibilidad de que la estacionalidad estocástica no estacionaria sea recogida correctamente mediante un subconjunto de las raíces unitarias posibles, es recogida en el procedimiento desarrollado por Hylleberg y otros (1990). Diversos trabajos han mostrado la extrema sensibilidad de estos contrastes a la presencia de componentes determinísticos y, en concreto, muchos de ellos han dirigido su atención hacia el examen de los efectos derivados de la presencia de rupturas estructurales en el proceso generador de datos[2].

Por otra parte, la estacionalidad o, mejor dicho, la extensión del período asociado a los ciclos estacionales puede estar ahogada por el grado de agregación temporal

---

1. Véase, entre otros, Abeysinghe (1994), Canova y Hansen (1995), Franses (1994), Ghysels (1994), Ghysels, Lee y Noh (1994), Hylleberg (1992, 1994, 1995), Hylleberg y otros (1990), Miron (1994), Sansó (1996), Clements y Hendry (1997), Taylor (1998), Martín, Cano y Cáceres (1999).
2. Véase, entre otros, Perron (1989), Perron y Vogelsang (1992a, 1992b), Zivot y Andrews (1992), Franses y Vogelsang (1998), Montañés y Sansó (1998), Montañés y Da Silva Lopes (1998), Leybourne, Mills y Newbold (1998).

en los datos disponibles. Por ello, en cualquier ámbito económico en el que las variaciones estacionales contengan información relevante, es preciso observar las series con la periodicidad que permita obtener un retrato más fiel del patrón estacional. Así, en determinados casos, como por ejemplo los precios agrarios, la periodicidad semanal en la observación de los datos es una necesidad impuesta por el funcionamiento de los mercados. Y, de hecho, la agregación temporal puede conducir a conclusiones erróneas sobre la presencia de raíces unitarias. Pues bien, el procedimiento de Hylleberg y otros (1990) antes citado permite efectuar los contrastes de raíces unitarias estacionales para datos trimestrales. Este procedimiento ha sido extendido al caso mensual por Franses (1990, 1991) y Beaulieu y Miron (1993)[3] y al caso semanal por Cáceres (1996).

En este trabajo, se examinan los efectos de la presencia de observaciones anómalas sobre los tests de raíz unitaria en datos semanales. En el epígrafe siguiente, se presenta el procedimiento de contraste y se muestran los valores críticos obtenidos por simulación para un tamaño nominal del 5% así como la potencia empírica de los tests frente a la alternativa de un proceso ruido blanco. En el epígrafe tercero, a partir de ejercicios de simulación, se presentan los tamaños efectivos de los contrastes anteriores en situaciones caracterizadas por la presencia de observaciones anómalas con distinta magnitud y frecuencia en el proceso generador de datos y por la inclusión de diferentes componentes determinísticos en la regresión auxiliar de contraste. Para estas mismas situaciones se calculó también la potencia empírica de los contrastes definidos por los valores críticos obtenidos para procesos no contaminados de observaciones anómalas, así como la potencia empírica ajustada de tamaño, es decir, utilizando aquellos valores críticos obtenidos por simulación para cada situación considerada que correspondiesen a un tamaño nominal del 5%. En el epígrafe cuarto se proponen dos estrategias para hacer frente a las consecuencias derivadas de la presencia de observaciones anómalas sobre el tamaño y la potencia de los contrastes. Estos resultados se ilustran con una aplicación empírica a la serie de precios semanales del tomate en España (ptas/kg) durante el período 1986-1995. Finalmente, se presentan las conclusiones más destacables del trabajo.

## 2. Contrastes de raíz unitaria en series semanales

Supóngase que se dispone de 52 observaciones por año del proceso $\{X_t\}$, que sigue un esquema AR de la forma:

$$j(B)X_t = m_t + e_t \qquad \textbf{(1)}$$

3. Véase también Taylor (1998).

donde $\varphi(B)$ es un polinomio con sus raíces fuera o sobre el círculo unidad, $\mu_t$ representa los componentes determinísticos y $\{\varepsilon_t\}$ es un proceso ruido blanco. Sean $r_j$, j=1,2,k1,k2, k=3,4,...,27, las 52 raíces de $(1\text{-}B^{52})$, 2 raíces reales y 25 pares de raíces complejas conjugadas (véase tabla 1).

**Tabla 1. Raíces del polinomio $(1\text{-}B^{52})$**

| $r_j=\cos(\theta_j)\pm i\,\mathrm{sen}(\theta_j);\ j=1,2,3,...,27;$ <br> $r_{k,1}=\cos(\theta_k)+i\,\mathrm{sen}(\theta_k);\ r_{k,2}=\cos(\theta_k)-i\,\mathrm{sen}(\theta_k);\ k=3,4,...,27;$ <br> $\theta_1=0;\ \theta_2=\pi;\ \theta_k=2(k-2)\pi/52,\ k=3,4,...,27.$ | $\theta_j/2\pi$ | $2\pi/\theta_j$ |
|---|---|---|
| $r_1=1$ | 0 | - |
| $r_2=-1$ | 1/2 | 2 (26) |
| $r_{3,1}=\cos(\pi/26)+i\,\mathrm{sen}(\pi/26);\ r_{3,2}=\cos(\pi/26)-i\,\mathrm{sen}(\pi/26)$ | 1/52 | 52 (1) |
| $r_{4,1}=\cos(\pi/13)+i\,\mathrm{sen}(\pi/13);\ r_{4,2}=\cos(\pi/13)-i\,\mathrm{sen}(\pi/13)$ | 1/26 | 26 (2) |
| $r_{5,1}=\cos(3\pi/26)+i\,\mathrm{sen}(3\pi/26);\ r_{5,2}=\cos(3\pi/26)-i\,\mathrm{sen}(3\pi/26)$ | 3/52 | 52/3 (3) |
| $r_{6,1}=\cos(2\pi/13)+i\,\mathrm{sen}(2\pi/13);\ r_{6,2}=\cos(2\pi/13)-i\,\mathrm{sen}(2\pi/13)$ | 2/26 | 13 (4) |
| $r_{7,1}=\cos(5\pi/26)+i\,\mathrm{sen}(5\pi/26);\ r_{7,2}=\cos(5\pi/26)-i\,\mathrm{sen}(5\pi/26)$ | 5/52 | 52/5 (5) |
| $r_{8,1}=\cos(3\pi/13)+i\,\mathrm{sen}(3\pi/13);\ r_{8,2}=\cos(3\pi/13)-i\,\mathrm{sen}(3\pi/13)$ | 3/26 | 26/3 (6) |
| $r_{9,1}=\cos(7\pi/26)+i\,\mathrm{sen}(7\pi/26);\ r_{9,2}=\cos(7\pi/26)-i\,\mathrm{sen}(7\pi/26)$ | 7/52 | 52/7 (7) |
| $r_{10,1}=\cos(4\pi/13)+i\,\mathrm{sen}(4\pi/13);\ r_{10,2}=\cos(4\pi/13)-i\,\mathrm{sen}(4\pi/13)$ | 4/26 | 26/4 (8) |
| $r_{11,1}=\cos(9\pi/26)+i\,\mathrm{sen}(9\pi/26);\ r_{11,2}=\cos(9\pi/26)-i\,\mathrm{sen}(9\pi/26)$ | 9/52 | 52/9 (9) |
| $r_{12,1}=\cos(5\pi/13)+i\,\mathrm{sen}(5\pi/13);\ r_{12,2}=\cos(5\pi/13)-i\,\mathrm{sen}(5\pi/13)$ | 5/26 | 26/5 (10) |
| $r_{13,1}=\cos(11\pi/26)+i\,\mathrm{sen}(11\pi/26);\ r_{13,2}=\cos(11\pi/26)-i\,\mathrm{sen}(11\pi/26)$ | 11/52 | 52/11 (11) |
| $r_{14,1}=\cos(6\pi/13)+i\,\mathrm{sen}(6\pi/13);\ r_{14,2}=\cos(6\pi/13)-i\,\mathrm{sen}(6\pi/13)$ | 6/26 | 26/6 (12) |
| $r_{15,1}=i;\ r_{15,2}=-i$ | 1/4 | 4 (13) |
| $r_{16,1}=\cos(7\pi/13)+i\,\mathrm{sen}(7\pi/13);\ r_{16,2}=\cos(7\pi/13)-i\,\mathrm{sen}(7\pi/13)$ | 7/26 | 26/7 (14) |
| $r_{17,1}=\cos(15\pi/26)+i\,\mathrm{sen}(15\pi/26);\ r_{17,2}=\cos(15\pi/26)-i\,\mathrm{sen}(15\pi/26)$ | 15/52 | 52/15 (15) |
| $r_{18,1}=\cos(8\pi/13)+i\,\mathrm{sen}(8\pi/13);\ r_{18,2}=\cos(8\pi/13)-i\,\mathrm{sen}(8\pi/13)$ | 8/26 | 26/8 (16) |
| $r_{19,1}=\cos(17\pi/26)+i\,\mathrm{sen}(17\pi/26);\ r_{19,2}=\cos(17\pi/26)-i\,\mathrm{sen}(17\pi/26)$ | 17/52 | 52/17 (17) |
| $r_{20,1}=\cos(9\pi/13)+i\,\mathrm{sen}(9\pi/13);\ r_{20,2}=\cos(9\pi/13)-i\,\mathrm{sen}(9\pi/13)$ | 9/26 | 26/9 (18) |
| $r_{21,1}=\cos(19\pi/26)+i\,\mathrm{sen}(19\pi/26);\ r_{21,2}=\cos(19\pi/26)-i\,\mathrm{sen}(19\pi/26)$ | 19/52 | 52/19 (19) |
| $r_{22,1}=\cos(10\pi/13)+i\,\mathrm{sen}(10\pi/13);\ r_{22,2}=\cos(10\pi/13)-i\,\mathrm{sen}(10\pi/13)$ | 10/26 | 26/10 (20) |
| $r_{23,1}=\cos(21\pi/26)+i\,\mathrm{sen}(21\pi/26);\ r_{23,2}=\cos(21\pi/26)-i\,\mathrm{sen}(21\pi/26)$ | 21/52 | 52/21 (21) |
| $r_{24,1}=\cos(11\pi/13)+i\,\mathrm{sen}(11\pi/13);\ r_{24,2}=\cos(11\pi/13)-i\,\mathrm{sen}(11\pi/13)$ | 11/26 | 26/11 (22) |
| $r_{25,1}=\cos(23\pi/26)+i\,\mathrm{sen}(23\pi/26);\ r_{25,2}=\cos(23\pi/26)-i\,\mathrm{sen}(23\pi/26)$ | 23/52 | 52/23 (23) |
| $r_{26,1}=\cos(12\pi/13)+i\,\mathrm{sen}(12\pi/13);\ r_{26,2}=\cos(12\pi/13)-i\,\mathrm{sen}(12\pi/13)$ | 12/26 | 26/12 (24) |
| $r_{27,1}=\cos(25\pi/26)+i\,\mathrm{sen}(25\pi/26);\ r_{27,2}=\cos(25\pi/26)-i\,\mathrm{sen}(25\pi/26)$ | 25/52 | 52/25 (25) |

Nota: La frecuencia, definida como el número de ciclos por semana, se representa por $\theta_j/2\pi$. El período, definido como el número de semanas necesarias para que transcurra un ciclo, se representa por $2\pi/\theta_j$. También se indica, entre paréntesis, el número de ciclos por año para cada una de las frecuencias.

Pues bien, si el polinomio autorregresivo $\varphi(B)$ posee alguna de las raíces de la tabla anterior, el proceso $\{X_t\}$ estará integrado en la frecuencia o frecuencias estacionales correspondientes a los ciclos asociados a dichas raíces. Así, el procedimiento de contraste de la presencia de raíz unitaria en cada una de tales frecuencias parte de la expresión de $\varphi$(B) como función de las raíces de $(1\text{-}B^{52})$ más otro polinomio adecuado, de forma que:

$$\varphi(\mathrm{B}) = \sum_{\mathrm{j}} \lambda_{\mathrm{j}} \frac{\Delta_{52}(\mathrm{B})}{\delta_{\mathrm{j}}(\mathrm{B})} + \Delta_{52}(\mathrm{B})\,\varphi^{**}(\mathrm{B}) \qquad \textbf{(2)}$$

donde

$$\delta_{\mathrm{j}}(\mathrm{B}) = 1 - \frac{1}{\mathrm{r_j}}\mathrm{B};\ \ \lambda_{\mathrm{j}} = \frac{\varphi(\mathrm{r_j})}{\prod_{\mathrm{m}\neq\mathrm{j}} \delta_{\mathrm{m}}(\mathrm{r_m})};\ \Delta_{52}(\mathrm{B}) = \prod_{\mathrm{j}} \delta_{\mathrm{j}}(\mathrm{B}) = 1 - \mathrm{B}^{52} \qquad \textbf{(3)}$$

Nótese que el parámetro $\lambda_j$ será cero si y sólo si $r_j$ es una raíz de $\varphi$(B).

Entonces, mediante ciertas transformaciones, el polinomio $\varphi$(B) puede escribirse como:

$$\begin{aligned}
\varphi(B) = {} & \lambda_1 \frac{\Delta_{52}(B)}{1-B} B + \lambda_2 \frac{\Delta_{52}(B)}{1+B}(-B) + \\
& + \sum_{k=3}^{27} \frac{\Delta_{52}(B)}{\delta_{k,1}(B)\delta_{k,2}(B)} \left[ \left( \lambda_{k,1}\frac{1}{r_{k,1}} + \lambda_{k,2}\frac{1}{r_{k,2}} \right) B - \left( \lambda_{k,1} + \lambda_{k,2} \right) B^2 \right] + \\
& + \Delta_{52}(B)\,\varphi^{*}(B)
\end{aligned} \qquad \textbf{(4)}$$

donde $\varphi^*$(B) es un polinomio adecuado.

Si ahora definimos

$$\begin{aligned}
&\lambda_1 = -\pi_1 \\
&\lambda_2 = -\pi_2 \\
&\left.\begin{aligned} &\lambda_{k,1}\frac{1}{r_{k,1}} + \lambda_{k,2}\frac{1}{r_{k,2}} = \pi_{k,1} \\ &-\left(\lambda_{k,1} + \lambda_{k,2}\right) = \pi_{k,2} \end{aligned}\right\} k = 3,4,\ldots,27
\end{aligned} \qquad \textbf{(5)}$$

y sustituimos en la ecuación (4) se tiene que

$$\begin{aligned}
\varphi(B) = {} & -\pi_1 \frac{\Delta_{52}(B)}{1-B} B + \pi_2 \frac{\Delta_{52}(B)}{1+B} B + \\
& + \sum_{k=3}^{27} \frac{\Delta_{52}(B)}{\delta_{k,1}(B)\delta_{k,2}(B)} B\pi_{k,1} + \sum_{k=3}^{27} \frac{\Delta_{52}(B)}{\delta_{k,1}(B)\delta_{k,2}(B)} B^2 \pi_{k,2} + \Delta_{52}(B)\varphi^{*}(B)
\end{aligned} \qquad \textbf{(6)}$$

ÍNDICE



Nótese que (5) implica que

$$
\begin{aligned}
&p_1 = 0 \Leftrightarrow l_1 = 0 \\
&p_2 = 0 \Leftrightarrow l_2 = 0 \\
&\left.\begin{aligned} p_{k,1} &= 0 \\ p_{k,2} &= 0 \end{aligned}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{aligned} l_{k,1} &= 0 \\ l_{k,2} &= 0 \end{aligned}\right. \qquad (k > 2)
\end{aligned}
\tag{7}
$$

Ahora, sustituyendo en (1), se obtiene la siguiente ecuación:

$$
\begin{aligned}
&j(B)X_t = m_t + e_t = -p_1 \frac{\Delta_{52}(B)}{1-B} BX_t + p_2 \frac{\Delta_{52}(B)}{1+B} BX_t + \\
&+ \sum_{k=3}^{27} \left[ p_{k,1} \frac{\Delta_{52}(B)}{d_{k,1}(B) d_{k,2}(B)} BX_t + p_{k,2} \frac{\Delta_{52}(B)}{d_{k,2}(B) d_{k,1}(B)} B^2 X_t \right] + \\
&+ \Delta_{52}(B) j^*(B) X_t
\end{aligned}
\tag{8}
$$

que puede ser expresada como

$$
\begin{aligned}
&j^*(\mathrm{B})\Delta_{52}(\mathrm{B})\mathrm{X}_\mathrm{t} = m_\mathrm{t} + p_1 \frac{\Delta_{52}(\mathrm{B})}{1-\mathrm{B}} \mathrm{BX}_\mathrm{t} - p_2 \frac{\Delta_{52}(\mathrm{B})}{1+\mathrm{B}} \mathrm{BX}_\mathrm{t} - \\
&- \sum_{\mathrm{k}=3}^{27} \left[ p_{\mathrm{k},1} \frac{\Delta_{52}(\mathrm{B})}{d_{\mathrm{k},1}(\mathrm{B}) d_{\mathrm{k},2}(\mathrm{B})} \mathrm{BX}_\mathrm{t} + p_{\mathrm{k},2} \frac{\Delta_{52}(\mathrm{B})}{d_{\mathrm{k},2}(\mathrm{B}) d_{\mathrm{k},1}(\mathrm{B})} \mathrm{B}^2 \mathrm{X}_\mathrm{t} \right] + e_\mathrm{t}
\end{aligned}
\tag{9}
$$

Si ahora definimos las transformaciones $\mathrm{Y}_{\mathrm{i,t}}$, i = 1,2,...,28 siguientes[4]:

$$
\mathrm{Y}_{1,\mathrm{t}} = \frac{\Delta_{52}(\mathrm{B})}{1-\mathrm{B}} \mathrm{X}_\mathrm{t} = \frac{1-\mathrm{B}^{52}}{1-\mathrm{B}} \mathrm{X}_\mathrm{t} = (1 + \mathrm{B} + \mathrm{B}^2 + \mathrm{B}^3 + \ldots + \mathrm{B}^{51})\mathrm{X}_\mathrm{t}
\tag{10}
$$

$$
\mathrm{Y}_{2,\mathrm{t}} = -\frac{\Delta_{52}(\mathrm{B})}{1+\mathrm{B}} \mathrm{X}_\mathrm{t} = -\frac{1-\mathrm{B}^{52}}{1+\mathrm{B}} \mathrm{X}_\mathrm{t} = -(1 - \mathrm{B} + \mathrm{B}^2 - \mathrm{B}^3 + \ldots - \mathrm{B}^{51})\mathrm{X}_\mathrm{t}
\tag{11}
$$

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{Y}_{\mathrm{k,t}} = -\frac{\Delta_{52}(\mathrm{B})}{d_{\mathrm{k},1}(\mathrm{B}) d_{\mathrm{k},2}(\mathrm{B})} \mathrm{X}_\mathrm{t} = -\frac{1-\mathrm{B}^{52}}{\left[1 - 2\cos(q_\mathrm{k})\mathrm{B} + \mathrm{B}^2\right]} \mathrm{X}_\mathrm{t}\,;\ \mathrm{k} = 3,4,\ldots,27 \\
&q_\mathrm{k} = \frac{2(\mathrm{k}-2)p}{52}, \quad \mathrm{k} = 3,4,\ldots,27
\end{aligned}
\tag{12}
$$

$$
\mathrm{Y}_{28,\mathrm{t}} = (1-\mathrm{B}^{52})\mathrm{X}_\mathrm{t}
\tag{13}
$$

4. $\{\mathrm{Y}_{\mathrm{i,t}}\}$, i = 1,2,...,27, son procesos asintóticamente incorrelacionados (véase Chan y Wei, 1988).

podemos expresar

$$\varphi^{*}(B)(1-B^{52})X_t = \varphi^{*}(B)Y_{28,t} = \mu_t + \pi_1 Y_{1,t-1} + \pi_2 Y_{2,t-1} + \sum_{k=3}^{27}\left[\pi_{k,1}Y_{k,t-1} + \pi_{k,2}Y_{k,t-2}\right] + \varepsilon_t \qquad \textbf{(14)}$$

Para contrastar la hipótesis $\varphi(r_j)=0$, donde $r_j$ es cada una de las 52 raíces del polinomio $\Delta_{52}(B)$, es suficiente contrastar si $\lambda_j$ es cero. Como ya se indicó, existe una equivalencia entre los coeficientes $\lambda$ y $\pi$ que permite contrastar la significación de los parámetros $\lambda$ a partir de la significación de los parámetros $\pi$. Para la raíz $r_1=1$, contrastamos la hipótesis nula $\pi_1=0$ frente a la hipótesis alternativa $\pi_1<0$; y para la raíz $r_2=-1$, contrastamos si $\pi_2=0$ contra la alternativa $\pi_2<0$. Para el par de raíces complejas conjugadas $(r_{k,1},r_{k,2})$, $\lambda_{k,1}$ y $\lambda_{k,2}$ serán cero si y sólo si $\pi_{k,1}$ y $\pi_{k,2}$ son iguales a cero, lo cual sugiere un test conjunto. También se pueden emplear dos tests de significación individual: en primer lugar, contrastamos la hipótesis $\pi_{k,1}=0$ contra la alternativa $\pi_{k,1}\neq 0$, y si la hipótesis nula no se rechaza, se contrasta la hipótesis $\pi_{k,2}=0$ frente a la alternativa $\pi_{k,2}<0$.

En la tabla 2 se indica el contraste –hipótesis nula y alternativa, así como región crítica– para cada una de las frecuencias, señalando en cada caso el filtro que debe aplicarse a la serie para eliminar la no estacionariedad derivada de la presencia de raíz unitaria en dicha frecuencia[5].

Los estadísticos t y F para los contrastes anteriores no siguen distribuciones estándar, por lo que resulta necesario obtener sus distribuciones empíricas. En la tabla 3 se muestran los valores críticos obtenidos a través de experimentos de Monte Carlo para los estadísticos $t_j$ (para el contraste $\pi_j=0$, $j=1,2$) y $F_{k-2}$ (para el contraste $\pi_{k,1}=\pi_{k,2}=0$, $k=3,4,...,27$) con un tamaño empírico del 5%. Dada la sensibilidad de tales contrastes a la presencia de componentes determinísticos en el proceso generador de datos, en estos ejercicios se han considerado diferentes situaciones[6].

5. El nivel de confianza del test es $(1-\alpha)$, mientras que $T_\alpha$, $T_{\alpha/2}$, $T_{1-\alpha/2}$ y $F_{1-\alpha}$ son, respectivamente, los cuantiles $\alpha$, $\alpha/2$, $1-\alpha/2$ y $1-\alpha$ de las distribuciones de los estadísticos t y F correspondientes.

6. Tanto en la tabla 3 como en el resto del trabajo, para el contraste de raíz unitaria en las frecuencias estacionales asociadas a pares de raíces complejas conjugadas del polinomio $(1-B^{52})$, sólo se toman en consideración los estadísticos F. Las conclusiones extraídas por Ghysels y otros (1994) en el sentido de que el contraste secuencial a través de estadísticos t individuales tiende a sobreestimar el tamaño nominal y es preferible el test F conjunto, constituyen un argumento a favor de esta decisión.

**Tabla 2. Contrastes de raíz unitaria en datos semanales**

| 1. $\boldsymbol{p}_1 = 0 \rightarrow (1-B)$ | 2. $\boldsymbol{p}_2 = 0 \rightarrow (1+B)$ |
|---|---|
| $\left.\begin{array}{l} H_0 : \boldsymbol{p}_1 = 0 \\ H_A : \boldsymbol{p}_1 < 0 \end{array}\right\} \rightarrow C : \{ t_1 < T_a \}$ | $\left.\begin{array}{l} H_0 : \boldsymbol{p}_2 = 0 \\ H_A : \boldsymbol{p}_2 < 0 \end{array}\right\} \rightarrow C : \{ t_2 < T_a \}$ |

$$3.\ \boldsymbol{p}_{k,1} = \boldsymbol{p}_{k,2} = 0 \rightarrow 1 - 2\cos\left( \frac{2(k-2)\boldsymbol{p}}{52} \right) B + B^2 \quad ; \ k = 3,4,\ldots,27$$

$A)$

$$\left.\begin{array}{l} H_0 : \boldsymbol{p}_{k,1} = \boldsymbol{p}_{k,2} = 0 \\ H_A : H_0 \ \textit{falsa} \end{array}\right\} \rightarrow C : \{ F_{k-2} > F_{1-a} \}$$

$B)$

$$\left.\begin{array}{l} H_0 : \boldsymbol{p}_{k,1} = 0 \\ H_A : \boldsymbol{p}_{k,1} \neq 0 \end{array}\right\} \rightarrow C : \{ t_{k,1} > T_{1-a/2} \wedge t_{k,1} < T_{a/2} \}$$

$$\boldsymbol{p}_{k,1} = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} H_0 : \boldsymbol{p}_{k,2} = 0 \\ H_A : \boldsymbol{p}_{k,2} < 0 \end{array} \right\} \rightarrow C : \{ t_{k,2} < T_a \}$$

Los resultados obtenidos indican que la introducción de constante y tendencia desplaza la distribución del estadístico $t_1$ hacia la izquierda, mientras que la distribución de $t_2$ no se ve afectada de manera importante; y tampoco se producen alteraciones significativas en los valores de los estadísticos F. Este resultado es coherente con el hecho de que la constante y la tendencia son componentes que captan parte de la densidad espectral del proceso en la frecuencia cero, por lo que se hace más fácil rechazar la hipótesis de raíz unitaria en dicha frecuencia, pero no afectan a las frecuencias estacionales. Sin embargo, la incorporación de variables ficticias estacionales sí que desplaza claramente hacia la izquierda los cuantiles de las distribuciones empíricas de los estadísticos t e incrementa los estadísticos F.

En la tabla 3 también se muestran los resultados obtenidos por simulación para la potencia empírica de dichos contrastes frente a la alternativa de un proceso ruido blanco con un tamaño nominal del 5%. En este caso, la introducción de constante y tendencia provoca una disminución de la potencia del contraste de raíz unitaria en la frecuencia cero, mientras que la introducción de variables ficticias estacionales provoca reducciones de la potencia de los contrastes en las frecuencias estacionales, especialmente para el contraste $t_2$ asociado a la frecuencia 1/2.

**Tabla 3. Valores críticos y potencia empírica de los contrastes de raíz unitaria en datos semanales para procesos generadores de datos no contaminados por observaciones anómalas (20.000 replicaciones; 468 observaciones efectivas; tamaño nominal 5%)**

| | Valores críticos DGP: $x_t=x_{t-52}+\varepsilon_t$, $\varepsilon_t \sim N(0,1)$ | | | | | Potencia DGP: $x_t=\varepsilon_t$, $\varepsilon_t \sim N(0,1)$ | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | a) | b) | c) | d) | e) | a) | b) | c) | d) | e) |
| t1 | -1,8173 | -2,6792 | -3,2028 | -2,6138 | -3,0869 | 0,9796 | 0,7458 | 0,5126 | 0,7506 | 0,5796 |
| t2 | -1,8248 | -1,8164 | -1,8278 | -2,5956 | -2,6131 | 0,9782 | 0,9760 | 0,9770 | 0,7620 | 0,7572 |
| F1 | 2,8070 | 2,8353 | 2,8913 | 5,4312 | 5,4744 | 0,9992 | 0,9990 | 0,9988 | 0,9508 | 0,9454 |
| F2 | 2,8245 | 2,8264 | 2,8308 | 5,4589 | 5,4416 | 0,9994 | 0,9990 | 0,9984 | 0,9500 | 0,9476 |
| F3 | 2,8396 | 2,8186 | 2,8696 | 5,3900 | 5,4744 | 0,9986 | 0,9986 | 0,9988 | 0,9548 | 0,9534 |
| F4 | 2,8412 | 2,7792 | 2,8382 | 5,4260 | 5,4675 | 0,9994 | 0,9992 | 0,9990 | 0,9552 | 0,9532 |
| F5 | 2,8375 | 2,8760 | 2,8402 | 5,4698 | 5,4353 | 0,9988 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9520 | 0,9542 |
| F6 | 2,8560 | 2,8060 | 2,7906 | 5,4635 | 5,4455 | 0,9990 | 0,9998 | 0,9992 | 0,9542 | 0,9532 |
| F7 | 2,8124 | 2,7873 | 2,8429 | 5,4814 | 5,4049 | 0,9990 | 0,9998 | 0,9996 | 0,9540 | 0,9576 |
| F8 | 2,8080 | 2,8264 | 2,8192 | 5,3556 | 5,4424 | 0,9988 | 0,9986 | 0,9998 | 0,9552 | 0,9562 |
| F9 | 2,8392 | 2,7908 | 2,7891 | 5,4203 | 5,4384 | 0,9998 | 0,9984 | 0,9988 | 0,9524 | 0,9532 |
| F10 | 2,8396 | 2,8069 | 2,8186 | 5,3846 | 5,4216 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9556 | 0,9584 |
| F11 | 2,8425 | 2,7939 | 2,8058 | 5,4678 | 5,4035 | 0,9996 | 0,9992 | 0,9992 | 0,9496 | 0,9538 |
| F12 | 2,9091 | 2,8116 | 2,7899 | 5,3749 | 5,4255 | 0,9990 | 0,9984 | 0,9994 | 0,9570 | 0,9474 |
| F13 | 2,8529 | 2,8259 | 2,8228 | 5,4335 | 5,4214 | 0,9988 | 0,9988 | 0,9994 | 0,9528 | 0,9530 |
| F14 | 2,7991 | 2,8318 | 2,8709 | 5,4461 | 5,3661 | 0,9992 | 0,9992 | 0,9984 | 0,9484 | 0,9574 |
| F15 | 2,8434 | 2,8154 | 2,8343 | 5,4254 | 5,4756 | 0,9990 | 0,9984 | 0,9990 | 0,9548 | 0,9488 |
| F16 | 2,8604 | 2,8332 | 2,8410 | 5,4160 | 5,4659 | 0,9998 | 0,9986 | 0,9990 | 0,9554 | 0,9498 |
| F17 | 2,8473 | 2,8141 | 2,7923 | 5,4309 | 5,4089 | 0,9992 | 0,9992 | 0,9988 | 0,9522 | 0,9548 |
| F18 | 2,8249 | 2,7775 | 2,7874 | 5,4232 | 5,4050 | 0,9992 | 0,9992 | 0,9990 | 0,9552 | 0,9562 |
| F19 | 2,7718 | 2,8803 | 2,8108 | 5,4122 | 5,4263 | 0,9990 | 0,9986 | 0,9998 | 0,9516 | 0,9536 |
| F20 | 2,8056 | 2,8123 | 2,8233 | 5,4492 | 5,4465 | 0,9994 | 0,9992 | 0,9990 | 0,9532 | 0,9532 |
| F21 | 2,8463 | 2,8242 | 2,8240 | 5,4521 | 5,4326 | 0,9990 | 1,0000 | 0,9994 | 0,9596 | 0,9544 |
| F22 | 2,8611 | 2,8248 | 2,8001 | 5,4246 | 5,4289 | 0,9984 | 0,9990 | 0,9998 | 0,9510 | 0,9496 |
| F23 | 2,8312 | 2,8141 | 2,8269 | 5,4741 | 5,4616 | 0,9988 | 0,9994 | 0,9992 | 0,9438 | 0,9494 |
| F24 | 2,8452 | 2,8214 | 2,8146 | 5,4662 | 5,4691 | 0,9988 | 0,9998 | 0,9988 | 0,9484 | 0,9496 |
| F25 | 2,8378 | 2,8230 | 2,8202 | 5,4371 | 5,4055 | 0,9992 | 0,9994 | 0,9994 | 0,9544 | 0,9552 |

Nota: Las situaciones consideradas hacen referencia a los componentes determinísticos incluidos en la regresión auxiliar de contraste: a) sin componentes determinísticos; b) con constante; c) con constante y tendencia; d) con constante y variables cualitativas estacionales; e) con constante, tendencia y variables cualitativas estacionales.

Los resultados anteriores sirven de punto de referencia para calibrar los efectos de las observaciones anómalas sobre la potencia y tamaño de dichos contrastes. Este será el propósito del epígrafe siguiente.

## 3. Tamaño y potencia de los contrastes de raíz unitaria en presencia de observaciones anómalas

En la literatura sobre series temporales puede encontrarse un conjunto importante de trabajos en los que se estudia la forma de detección y métodos de estimación robusta, así como las consecuencias que en el proceso de inferencia tienen los diferentes tipos de observaciones anómalas. Gran parte de estos trabajos han centrado sus desarrollos teóricos y aplicados en los modelos ARIMA, deduciendo las consecuencias y los métodos de detección en este tipo de modelos. En general, los resultados obtenidos apuntan la necesidad de un tratamiento adecuado de estas observaciones, dados los problemas que en algunas situaciones pueden causar, relativos a la especificación, estimación y predicción de los modelos[7]. Algunas investigaciones recientes han abordado, ya sea desde un punto de vista teórico o más frecuentemente aportando evidencia empírica, el examen de las consecuencias de este tipo de observaciones sobre los contrastes de raíz unitaria en la frecuencia cero[8]. Para ilustrar dichas consecuencias en el caso de series observadas con periodicidad semanal contaminadas por observaciones anómalas de tipo aditivo (AO), se ha desarrollado un doble ejercicio de simulación.

a)Evaluación de efectos sobre el tamaño:

Se simula la serie $\{x_t\}$como realización de un proceso $\{X_t\}$ tal que:

$$X_t = X_{t-52} + \varepsilon_t;\ \{\varepsilon_t\} \sim N(0, I) \qquad \textbf{(15)}$$

y se genera además una variable $D_t$ que toma valores 1 y –1 con probabilidad p/2 y el valor 0 con probabilidad (1-p). Se obtiene entonces la serie $\{z_t\}$, como una realización de un proceso $\{Z_t\}$ contaminado por observaciones anómalas de tipo AO tal que:

$$Z_t = X_t + \theta D_t + \varepsilon_t \qquad \textbf{(16)}$$

donde $\theta$ es la magnitud de las observaciones anómalas.

La evaluación del impacto sobre el tamaño de los contrastes de raíz unitaria se ha efectuado simulando 5.000 series en las 45 situaciones que resultan de combinar las

---

7. Véase, entre otros, Chang, Tiao y Chen (1988), Chen y Liu (1993), Franses y Haldrup (1994), Hillmer, Bell y Tiao (1983), Justel, Peña y Sánchez (1993), Ledolter (1989), Peña (1987, 1990), Tiao (1985), Trívez (1994), Trívez y Nievas (1996), Tsay (1986, 1988).
8. Véase Franses y Haldrup (1994) y Lucas (1995).

ÍNDICE



siguientes posibilidades: 1) componentes determinísticos presentes en la regresión auxiliar de contraste: a) sin componentes determinísticos; b) con constante; c) con constante y tendencia; d) con constante y variables cualitativas estacionales; e) con constante, tendencia y variables cualitativas estacionales; 2) magnitud de las observaciones anómalas: a) $\theta=3$; b) $\theta=4$; c) $\theta=5$; 3) frecuencia de las observaciones anómalas: a) p = 5%; b) p = 10%; c) p = 20%.

b) Evaluación de efectos sobre la potencia:

Se simula la serie $\{x_t\}$como realización de un proceso $\{X_t\}$ tal que:

$$X_t = e_t;\ \{e_t\} \sim N(0,I) \qquad \textbf{(17)}$$

y se obtiene entonces la serie $\{z_t\}$, como una realización de un proceso $\{Z_t\}$ definido como en (16). Igualmente, se han considerado las 45 situaciones antes señaladas.

### 3.1. *Efectos sobre el tamaño.*

En la tabla 4 se muestran los tamaños efectivos de los contrastes de raíz unitaria en el caso de que el proceso generador de datos esté contaminado por observaciones anómalas, pero esto no se tenga en cuenta en el procedimiento de contraste[9]. Se observa claramente que el tamaño efectivo de los contrastes va creciendo conforme aumenta la magnitud y frecuencia de las observaciones anómalas, tanto en el caso de la frecuencia cero –en concordancia con los resultados obtenidos por los autores antes citados– como en todas las frecuencias estacionales. Para la frecuencia cero las distorsiones en los tamaños son menores cuando se introducen constante y tendencia, pero dichas distorsiones no sufren alteraciones significativas cuando se incluyen variables cualitativas estacionales. Por el contrario, en la frecuencia media la introducción de constante y tendencia no tiene efectos significativos, mientras que la incorporación de variables ficticias estacionales amortigua un tanto las distorsiones en los tamaños. En el resto de las frecuencias estacionales la introducción de variables cualitativas estacionales tampoco produce alteraciones significativas en las distorsiones ya observadas en los tamaños. Adviértanse las interacciones existentes entre los componentes determinísticos y estocásticos que recogen las variaciones cíclicas asociadas a la misma frecuencia.

---

9. En las tablas 4 a 7, para los estadísticos F se ha optado por presentar de forma resumida (media, mínimo y máximo) los resultados obtenidos, dado que no existían diferencias sustanciales entre ellos.

### 3.2. *Efectos sobre la potencia.*

En la tabla 5 se muestran los porcentajes de rechazo de la hipótesis nula de los contrastes definidos con los valores críticos de la tabla 3. En este caso, la presencia de observaciones anómalas no parece tener efectos sustanciales sobre la potencia. Ahora bien, dadas las grandes distorsiones que se producen en los tamaños (véase tabla 4), no tiene sentido la comparación de la potencia de contrastes que poseen tamaños tan diferentes en función de la situación considerada. De ahí que se haya optado por calcular la potencia empírica de tales contrastes ajustadas de tamaño (véase Lucas, 1995), es decir, considerando los valores críticos que en cada una de las 45 situaciones estudiadas corresponden a un tamaño empírico del 5%. Los resultados de la potencia empírica ajustada de tamaño se muestran en la tabla 6. Como cabría esperar a la vista de los resultados de las tablas 4 y 5, se observan ahora notables descensos conforme aumenta la magnitud y frecuencia de las observaciones anómalas. Para la frecuencia cero las distorsiones en la potencia son mayores cuando se introduce constante y tendencia, y lo mismo ocurre para las frecuencias estacionales cuando se introducen variables cualitativas estacionales como regresores. Nuevamente, se aprecia la sensibilidad de los contrastes de raíz unitaria en una frecuencia dada respecto a la inclusión de componentes determinísticos asociados a dicha frecuencia.

Para hacer frente a las consecuencias derivadas de la presencia de observaciones anómalas manifestadas en los párrafos anteriores, pueden proponerse dos posibles aproximaciones: a) estimarlos mediante análisis de intervención y filtrar la serie original de estas observaciones anómalas antes de aplicar el procedimiento de contraste[10]; y b) incluirlos como parte integrante de la regresión auxiliar del contraste, como sugieren Franses y Haldrup (1994). Pues bien, para medir el efecto corrector que, sobre las distorsiones en el tamaño y potencia de los tests, tienen estas dos aproximaciones, se realizó también un experimento de simulación para las siguientes situaciones: a) $\theta=3$, $p=5\%$; b) $\theta=4$, $p=10\%$; c) $\theta=5$, $p=20\%$; y sin incorporar constante, tendencia ni variables cualitativas estacionales en la regresión auxiliar de contraste[11].

---

10. Uno de los trabajos recientes en los que se aplica esta sugerencia es el de Osborn y otros (1999).
11. Para medir los efectos correctores de la estrategia b, es preciso filtrar las observaciones anómalas incorporadas en la regresión auxiliar de contraste por el polinomio autorregresivo que guía la conducta del proceso generador de datos. Por ello, en el caso en que se deseaba medir los efectos sobre el tamaño, las observaciones anómalas fueron diferenciadas estacionalmente antes de incorporarlas como regresores.

**Tabla 4. Tamaño efectivo de los contrastes de raíz unitaria en datos semanales para procesos generadores de datos contaminados por observaciones anómalas (5.000 replicaciones; 468 observaciones efectivas; tamaño nominal 5%)**

| *a) sin componentes determinísticos* | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| θ | 3 | | | 4 | | | 5 | | |
| P | *5%* | *10%* | *20%* | *5%* | *10%* | *20%* | *5%* | *10%* | *20%* |
| t1 | 0,1070 | 0,1730 | 0,2818 | 0,1590 | 0,2430 | 0,4050 | 0,2048 | 0,3490 | 0,5256 |
| t2 | 0,1086 | 0,1630 | 0,2602 | 0,1612 | 0,2518 | 0,3982 | 0,2136 | 0,3530 | 0,5102 |
| F1-F25 | | | | | | | | | |
| Media | 0,0833 | 0,1451 | 0,2716 | 0,1296 | 0,2443 | 0,4475 | 0,1909 | 0,3662 | 0,6121 |
| Mínimo | 0,0766 | 0,1360 | 0,2576 | 0,1188 | 0,2310 | 0,4316 | 0,1736 | 0,3534 | 0,5912 |
| Máximo | 0,0906 | 0,1558 | 0,2856 | 0,1402 | 0,2590 | 0,4598 | 0,205 | 0,3868 | 0,6312 |
| *b) con constante* | | | | | | | | | |
| θ | 3 | | | 4 | | | 5 | | |
| p | *5%* | *10%* | *20%* | *5%* | *10%* | *20%* | *5%* | *10%* | *20%* |
| t1 | 0,0784 | 0,1050 | 0,1538 | 0,0992 | 0,1466 | 0,2272 | 0,1252 | 0,2008 | 0,3008 |
| t2 | 0,1126 | 0,1708 | 0,2694 | 0,1670 | 0,2670 | 0,4122 | 0,2166 | 0,3408 | 0,5292 |
| F1-F25 | | | | | | | | | |
| Media | 0,0824 | 0,1443 | 0,2754 | 0,1303 | 0,2499 | 0,4495 | 0,1944 | 0,3654 | 0,6119 |
| Mínimo | 0,0754 | 0,1372 | 0,2630 | 0,1222 | 0,2330 | 0,4306 | 0,1806 | 0,3502 | 0,5848 |
| Máximo | 0,0884 | 0,1588 | 0,2950 | 0,1378 | 0,2684 | 0,4688 | 0,2086 | 0,3748 | 0,6288 |
| *c) con constante y tendencia* | | | | | | | | | |
| θ | 3 | | | 4 | | | 5 | | |
| p | *5%* | *10%* | *20%* | *5%* | *10%* | *20%* | *5%* | *10%* | *20%* |
| t1 | 0,0692 | 0,0834 | 0,1054 | 0,0698 | 0,1044 | 0,1388 | 0,0864 | 0,1180 | 0,1794 |
| t2 | 0,1052 | 0,1702 | 0,2670 | 0,1578 | 0,2552 | 0,4140 | 0,2122 | 0,3346 | 0,5154 |
| F1-F25 | | | | | | | | | |
| Media | 0,0822 | 0,1444 | 0,2742 | 0,1311 | 0,2453 | 0,4502 | 0,1956 | 0,3652 | 0,6120 |
| Mínimo | 0,0734 | 0,1278 | 0,2612 | 0,1174 | 0,2286 | 0,4244 | 0,1824 | 0,3428 | 0,5982 |
| Máximo | 0,0934 | 0,1576 | 0,2850 | 0,1434 | 0,2572 | 0,4696 | 0,2062 | 0,3822 | 0,6294 |
| *d) con constante y variables cualitativas estacionales* | | | | | | | | | |
| θ | 3 | | | 4 | | | 5 | | |
| p | *5%* | *10%* | *20%* | *5%* | *10%* | *20%* | *5%* | *10%* | *20%* |
| t1 | 0,0994 | 0,1546 | 0,2428 | 0,1312 | 0,2210 | 0,3634 | 0,1828 | 0,3094 | 0,4482 |
| t2 | 0,1018 | 0,1462 | 0,2580 | 0,1384 | 0,2240 | 0,3810 | 0,1760 | 0,3156 | 0,4530 |
| F1-F25 | | | | | | | | | |
| Media | 0,1205 | 0,2115 | 0,3805 | 0,1934 | 0,3455 | 0,5623 | 0,2832 | 0,4845 | 0,6921 |
| Mínimo | 0,1126 | 0,1936 | 0,3626 | 0,1832 | 0,3294 | 0,5432 | 0,2714 | 0,4680 | 0,6766 |
| Máximo | 0,1314 | 0,2276 | 0,3990 | 0,2042 | 0,3620 | 0,5728 | 0,2988 | 0,4952 | 0,7104 |
| *e) con constante, variables cualitativas estacionales y tendencia* | | | | | | | | | |
| θ | 3 | | | 4 | | | 5 | | |
| p | *5%* | *10%* | *20%* | *5%* | *10%* | *20%* | *5%* | *10%* | *20%* |
| t1 | 0,0902 | 0,1276 | 0,1964 | 0,1228 | 0,1820 | 0,2848 | 0,1644 | 0,2478 | 0,3296 |
| t2 | 0,0918 | 0,1450 | 0,2398 | 0,1370 | 0,2278 | 0,3638 | 0,1908 | 0,3196 | 0,4520 |
| F1-F25 | | | | | | | | | |
| Media | 0,1207 | 0,2112 | 0,3819 | 0,1922 | 0,3479 | 0,5618 | 0,2806 | 0,4835 | 0,6915 |
| Mínimo | 0,1116 | 0,1990 | 0,3660 | 0,1802 | 0,3338 | 0,5402 | 0,2682 | 0,4630 | 0,6636 |
| Máximo | 0,1344 | 0,2208 | 0,4016 | 0,2008 | 0,3654 | 0,5748 | 0,2938 | 0,5066 | 0,7116 |

ÍNDICE



**Tabla 5. Potencia empírica de los contrastes de raíz unitaria en datos semanales para procesos generadores de datos contaminados por observaciones anómalas (valores críticos de tabla 3) (5.000 replicaciones; 468 observaciones efectivas; tamaño nominal 5%)**

| *a) sin componentes determinísticos* | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| θ | *3* | | | *4* | | | *5* | | |
| P | *5%* | *10%* | *20%* | *5%* | *10%* | *20%* | *5%* | *10%* | *20%* |
| t1 | 0,9772 | 0,9774 | 0,9764 | 0,9782 | 0,9796 | 0,9800 | 0,9796 | 0,9766 | 0,9746 |
| t2 | 0,9764 | 0,9802 | 0,9810 | 0,9716 | 0,9740 | 0,9770 | 0,9754 | 0,9766 | 0,9776 |
| F1-F25 | | | | | | | | | |
| Media | 0,9993 | 0,9990 | 0,9991 | 0,9990 | 0,9991 | 0,9992 | 0,9989 | 0,9991 | 0,99898 |
| Mínimo | 0,9984 | 0,9982 | 0,9980 | 0,9978 | 0,9984 | 0,9984 | 0,9980 | 0,9982 | 0,9976 |
| Máximo | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9996 | 0,9998 | 0,9998 | 1,0000 | 0,9998 |
| *b) con constante* | | | | | | | | | |
| θ | *3* | | | *4* | | | *5* | | |
| P | *5%* | *10%* | *20%* | *5%* | *10%* | *20%* | *5%* | *10%* | *20%* |
| t1 | 0,7444 | 0,7352 | 0,7494 | 0,7378 | 0,7438 | 0,7468 | 0,7466 | 0,7498 | 0,7350 |
| t2 | 0,9760 | 0,9786 | 0,9784 | 0,9756 | 0,9722 | 0,9766 | 0,9784 | 0,9782 | 0,9788 |
| F1-F25 | | | | | | | | | |
| Media | 0,9992 | 0,9990 | 0,9991 | 0,9990 | 0,9991 | 0,9993 | 0,9989 | 0,9991 | 0,9993 |
| Mínimo | 0,9984 | 0,9982 | 0,9982 | 0,9976 | 0,9982 | 0,9984 | 0,9982 | 0,9980 | 0,9980 |
| Máximo | 0,9998 | 1,0000 | 1,0000 | 0,9996 | 0,9998 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 |
| *c) con constante y tendencia* | | | | | | | | | |
| θ | *3* | | | *4* | | | *5* | | |
| p | *5%* | *10%* | *20%* | *5%* | *10%* | *20%* | *5%* | *10%* | *20%* |
| t1 | 0,5094 | 0,5256 | 0,5084 | 0,5168 | 0,5144 | 0,5136 | 0,5118 | 0,5186 | 0,5218 |
| t2 | 0,9756 | 0,9732 | 0,9764 | 0,9744 | 0,9778 | 0,9754 | 0,9728 | 0,9786 | 0,9788 |
| F1-F25 | | | | | | | | | |
| Media | 0,9991 | 0,9992 | 0,9991 | 0,9991 | 0,9991 | 0,9991 | 0,9991 | 0,9990 | 0,9991 |
| Mínimo | 0,9982 | 0,9984 | 0,9980 | 0,9978 | 0,9982 | 0,9982 | 0,9982 | 0,9980 | 0,9984 |
| Máximo | 0,9998 | 0,9998 | 0,9996 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9996 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 |
| *d) con constante y variables cualitativas estacionales* | | | | | | | | | |
| θ | *3* | | | *4* | | | *5* | | |
| p | *5%* | *10%* | *20%* | *5%* | *10%* | *20%* | *5%* | *10%* | *20%* |
| t1 | 0,7546 | 0,7526 | 0,7546 | 0,7532 | 0,765 | 0,7632 | 0,7504 | 0,7534 | 0,7586 |
| t2 | 0,7718 | 0,7676 | 0,7728 | 0,7572 | 0,7642 | 0,7616 | 0,7670 | 0,7830 | 0,7676 |
| F1-F25 | | | | | | | | | |
| Media | 0,9526 | 0,9531 | 0,9541 | 0,9530 | 0,9533 | 0,9535 | 0,9531 | 0,9545 | 0,9533 |
| Mínimo | 0,9460 | 0,9470 | 0,9446 | 0,9452 | 0,9456 | 0,9450 | 0,9440 | 0,9502 | 0,9464 |
| Máximo | 0,9592 | 0,9600 | 0,9622 | 0,9576 | 0,9594 | 0,9600 | 0,9588 | 0,9606 | 0,9626 |
| *e) con constante, variables cualitativas estacionales y tendencia* | | | | | | | | | |
| θ | *3* | | | *4* | | | *5* | | |
| p | *5%* | *10%* | *20%* | *5%* | *10%* | *20%* | *5%* | *10%* | *20%* |
| t1 | 0,5674 | 0,5776 | 0,5692 | 0,5710 | 0,5758 | 0,5730 | 0,5648 | 0,5594 | 0,5732 |
| t2 | 0,7576 | 0,7494 | 0,7700 | 0,7556 | 0,7620 | 0,7510 | 0,7608 | 0,7614 | 0,7558 |
| F1-F25 | | | | | | | | | |
| Media | 0,9519 | 0,9534 | 0,9522 | 0,9527 | 0,9526 | 0,9521 | 0,9510 | 0,9522 | 0,9523 |
| Mínimo | 0,9440 | 0,9444 | 0,9468 | 0,9444 | 0,9470 | 0,9456 | 0,9440 | 0,9464 | 0,9468 |
| Máximo | 0,9580 | 0,9592 | 0,9580 | 0,9620 | 0,9576 | 0,9582 | 0,9624 | 0,9582 | 0,9594 |

**Tabla 6. Potencia empírica ajustada de tamaño de los contrastes de raíz unitaria en datos semanales para procesos generadores de datos contaminados por observaciones anómalas (5.000 replicaciones; 468 observaciones efectivas; tamaño nominal 5%)**

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *a) sin componentes determinísticos* | | | | | | | | | |
| θ | 3 | | | 4 | | | 5 | | |
| p | 5% | 10% | 20% | 5% | 10% | 20% | 5% | 10% | 20% |
| t1 | 0,9074 | 0,8230 | 0,7352 | 0,8510 | 0,7264 | 0,6010 | 0,8020 | 0,6238 | 0,4292 |
| t2 | 0,9122 | 0,8370 | 0,7242 | 0,8526 | 0,7184 | 0,5860 | 0,7782 | 0,6038 | 0,4912 |
| F1-F25 | | | | | | | | | |
| Media | 0,9970 | 0,9861 | 0,9389 | 0,9895 | 0,9510 | 0,8283 | 0,9708 | 0,8853 | 0,6916 |
| Mínimo | 0,9952 | 0,9812 | 0,9284 | 0,9836 | 0,9348 | 0,8044 | 0,9616 | 0,8632 | 0,6614 |
| Máximo | 0,9982 | 0,9894 | 0,9482 | 0,9932 | 0,9622 | 0,8474 | 0,9724 | 0,8970 | 0,7130 |
| *b) con constante* | | | | | | | | | |
| θ | 3 | | | 4 | | | 5 | | |
| p | 5% | 10% | 20% | 5% | 10% | 20% | 5% | 10% | 20% |
| t1 | 0,4518 | 0,5596 | 0,4986 | 0,5864 | 0,4814 | 0,3836 | 0,5496 | 0,4080 | 0,3178 |
| t2 | 0,9188 | 0,8628 | 0,7326 | 0,8334 | 0,7296 | 0,5590 | 0,7780 | 0,6140 | 0,4534 |
| F1-F25 | | | | | | | | | |
| Media | 0,9968 | 0,9868 | 0,9378 | 0,9895 | 0,9484 | 0,8279 | 0,9720 | 0,8845 | 0,6916 |
| Mínimo | 0,9946 | 0,9812 | 0,9292 | 0,9848 | 0,9366 | 0,8016 | 0,9664 | 0,8650 | 0,6610 |
| Máximo | 0,9980 | 0,9918 | 0,9484 | 0,9928 | 0,9610 | 0,8488 | 0,9790 | 0,8976 | 0,7278 |
| *c) con constante y tendencia* | | | | | | | | | |
| θ | 3 | | | 4 | | | 5 | | |
| p | 5% | 10% | 20% | 5% | 10% | 20% | 5% | 10% | 20% |
| t1 | 0,5094 | 0,4186 | 0,3460 | 0,4420 | 0,3392 | 0,2814 | 0,3832 | 0,3266 | 0,2480 |
| t2 | 0,9756 | 0,8324 | 0,7108 | 0,8354 | 0,7152 | 0,5880 | 0,7756 | 0,6360 | 0,4538 |
| F1-F25 | | | | | | | | | |
| Media | 0,9991 | 0,9865 | 0,9368 | 0,9893 | 0,9515 | 0,8232 | 0,9701 | 0,8820 | 0,6848 |
| Mínimo | 0,9982 | 0,9820 | 0,9206 | 0,9860 | 0,9386 | 0,8082 | 0,9620 | 0,8544 | 0,6680 |
| Máximo | 0,9998 | 0,9920 | 0,9490 | 0,9928 | 0,9618 | 0,8468 | 0,9784 | 0,8948 | 0,7006 |
| *d) con constante y variables cualitativas estacionales* | | | | | | | | | |
| θ | 3 | | | 4 | | | 5 | | |
| p | 5% | 10% | 20% | 5% | 10% | 20% | 5% | 10% | 20% |
| t1 | 0,6138 | 0,4888 | 0,3526 | 0,5090 | 0,3948 | 0,2686 | 0,4404 | 0,2926 | 0,1954 |
| t2 | 0,5928 | 0,5294 | 0,3714 | 0,5296 | 0,4132 | 0,2464 | 0,4574 | 0,2990 | 0,1962 |
| F1-F25 | | | | | | | | | |
| Media | 0,8579 | 0,7438 | 0,5492 | 0,7630 | 0,5858 | 0,3812 | 0,6567 | 0,4561 | 0,2660 |
| Mínimo | 0,8448 | 0,7190 | 0,5266 | 0,7306 | 0,5548 | 0,3356 | 0,6162 | 0,4330 | 0,2448 |
| Máximo | 0,8818 | 0,7614 | 0,5790 | 0,7828 | 0,6132 | 0,4090 | 0,6934 | 0,4880 | 0,2832 |
| *e) con constante, variables cualitativas estacionales y tendencia* | | | | | | | | | |
| θ | 3 | | | 4 | | | 5 | | |
| p | 5% | 10% | 20% | 5% | 10% | 20% | 5% | 10% | 20% |
| t1 | 0,4402 | 0,3522 | 0,2716 | 0,3528 | 0,2896 | 0,1842 | 0,3052 | 0,2162 | 0,1604 |
| t2 | 0,6238 | 0,4932 | 0,3820 | 0,5106 | 0,4024 | 0,2372 | 0,4240 | 0,2988 | 0,1966 |
| F1-F25 | | | | | | | | | |
| Media | 0,8571 | 0,7455 | 0,5462 | 0,7628 | 0,5891 | 0,3798 | 0,6583 | 0,4450 | 0,2615 |
| Mínimo | 0,8274 | 0,7156 | 0,5242 | 0,7412 | 0,5578 | 0,3540 | 0,6300 | 0,4172 | 0,2374 |
| Máximo | 0,8748 | 0,7720 | 0,5682 | 0,7894 | 0,6148 | 0,3998 | 0,6852 | 0,4754 | 0,2874 |

Los resultados de este ejercicio se recogen en la tabla 7 y muestran que en todas las situaciones consideradas las distorsiones en los tamaños y potencias son casi inapreciables con respecto a los obtenidos para el caso de que el proceso generador de datos no presente observaciones anómalas. Estos resultados están en la misma línea que los obtenidos por Ghysels, Lee y Noh (1994) en el sentido de que si el proceso generador de datos contiene componentes determinísticos y éstos no se introducen en la regresión auxiliar de contraste, se producen serios sesgos en el tamaño, que, sin embargo, resultan corregidos con la incorporación de dichos componentes.

**Tabla 7. Tamaño y potencia empírica de los contrastes de raíz unitaria realizados mediante las estrategias correctoras a) y b) para procesos generadores de datos semanales contaminados por observaciones anómalas (5.000 replicaciones; 468 observaciones efectivas; tamaño nominal 5%)**

| | Tamaño | | | | | | Potencia | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Estrategia a) | | | Estrategia b) | | | Estrategia a) | | | Estrategia b) | | |
| θ | 3 | 4 | 5 | 3 | 4 | 5 | 3 | 4 | 5 | 3 | 4 | 5 |
| p | *5%* | *10%* | *20%* | *5%* | *10%* | *20%* | *5%* | *10%* | *20%* | *5%* | *10%* | *20%* |
| t1 | 0,0542 | 0,0494 | 0,0492 | 0,0388 | 0,0408 | 0,0384 | 0,9758 | 0,9784 | 0,9766 | 0,9912 | 0,9990 | 1,0000 |
| t2 | 0,0522 | 0,0490 | 0,0526 | 0,0478 | 0,0410 | 0,0456 | 0,9760 | 0,9756 | 0,9768 | 0,9922 | 0,9990 | 1,0000 |
| F1-F25 | | | | | | | | | | | | |
| Media | 0,0499 | 0,0503 | 0,0494 | 0,0498 | 0,0499 | 0,0518 | 0,9993 | 0,9991 | 0,9991 | 0,9999 | 1,0000 | 1,0000 |
| Mín. | 0,0412 | 0,045 | 0,0446 | 0,0424 | 0,043 | 0,0458 | 0,9986 | 0,9984 | 0,9982 | 0,9996 | 0,9998 | 1,0000 |
| Máx. | 0,0578 | 0,0564 | 0,0548 | 0,0568 | 0,0554 | 0,0614 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 |

## 4. Aplicación empírica

Como ilustración de los resultados experimentales comentados en el apartado anterior, se ha estudiado la presencia de raíces unitarias estacionales en la serie de precios semanales del tomate en el período comprendido entre la semana 1 de 1986 y la semana 52 de 1995[12], para la cual la simple inspección gráfica parecía sugerir la presencia de observaciones anómalas. A continuación se exponen las conclusiones obtenidas con las diferentes estrategias utilizadas, es decir, ignorando la presencia de tales observaciones –estrategia 1–, o bien, tomándolas en consideración de acuerdo con una de las dos propuestas del apartado anterior –estrategias 2a y 2b– (véase tabla 8).

---

12. Esta información ha sido recopilada por la Subdirección General de Precios y publicada en el Boletín Económico de ICE.

**Tabla 8. Estadísticos muestrales resultantes de la aplicación de los contrastes de raíz unitaria realizados mediante las estrategias 1, 2a y 2b sobre la serie de precios semanales del tomate**

| *Tests* | *t1* | *t2* | *F1* | *F2* | *F3* | *F4* | *F5* | *F6* | *F7* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Estrategia 1 | -2,4478 | -2,1866 | 5,2325 | 8,0313 | 10,0622 | 5,2341 | 9,2403 | 7,0904 | 4,7319 |
| Estrategia 2a | -3,9248 | -2,3682 | 6,9838 | 9,0202 | 9,1427 | 4,9018 | 8,5499 | 6,6040 | 5,1969 |
| Estrategia 2b | -2,2796 | -2,3542 | 4,6444 | 7,3782 | 8,9199 | 5,3120 | 8,6976 | 7,9519 | 5,6643 |
| *Tests* | *F8* | *F9* | *F10* | *F11* | *F12* | *F13* | *F14* | *F15* | *F16* |
| Estrategia 1 | 9,6267 | 10,7396 | 7,5318 | 8,2240 | 8,4534 | 9,8683 | 5,5505 | 4,7773 | 7,1247 |
| Estrategia 2a | 10,1553 | 12,5172 | 8,4626 | 9,7293 | 9,7079 | 11,7795 | 5,5360 | 4,5206 | 8,8928 |
| Estrategia 2b | 11,1289 | 12,1763 | 10,0529 | 10,6584 | 9,6577 | 11,6304 | 7,3971 | 8,6824 | 8,8797 |
| *Tests* | *F17* | *F18* | *F19* | *F20* | *F21* | *F22* | *F23* | *F24* | *F25* |
| Estrategia 1 | 5,7867 | 6,7019 | 14,0555 | 13,0276 | 6,4452 | 5,5042 | 9,6608 | 8,0916 | 6,1647 |
| Estrategia 2a | 4,7805 | 6,4759 | 8,7160 | 10,2835 | 8,0426 | 5,6631 | 6,6499 | 8,3936 | 6,3966 |
| Estrategia 2b | 4,9063 | 7,4839 | 14,1374 | 8,7987 | 7,2024 | 9,0569 | 5,5395 | 6,9327 | 6,1078 |

Sólo se apreciaron discrepancias entre las diferentes estrategias en la frecuencia cero y en las siguientes frecuencias estacionales: 1/52, 7/52, 15/52 y 17/52. Teniendo en cuenta los resultados del apartado anterior, la estrategia 1 tiene bastantes posibilidades de ser errónea. Supongamos que la estrategia 2a es la adecuada. Pues bien, en la frecuencia cero, la estrategia 2a conduce al rechazo de la hipótesis nula. Si esto fuera cierto, el resultado aparentemente contradictorio de la estrategia 1 no lo es tanto si se considera que en esta última la potencia del contraste puede estar fuertemente distorsionada. Este comentario puede extenderse a la frecuencia 1/52. En el caso de la frecuencia 17/52, la situación se invierte en tanto que la estrategia 2a no permite rechazar la hipótesis nula. Si efectivamente existiese raíz unitaria en esta frecuencia, la no consideración de las observaciones anómalas, tal como ocurre en la estrategia 1, puede significar alteraciones importantes en el tamaño que podrían justificar el resultado obtenido.

Las contradicciones entre las estrategias 2a y 2b merecen un comentario adicional. Nótese que la estrategia 2b exigiría aplicar a las variables de intervención que recogen las observaciones anómalas el polinomio autorregresivo del proceso original que es desconocido. En nuestro caso, hemos optado por aplicar el polinomio autorregresivo identificado mediante un análisis univariante siguiendo la metodología ARIMA tradicional. Sin embargo, debería admitirse la posibilidad de existencia de alguna raíz unitaria que obligase a aplicar un filtro diferente, que, a su vez, podría provocar distorsiones en los resultados de los contrastes.

## 5. Conclusiones

En este trabajo se ha analizado el comportamiento de los tests de raíces unitarias en las frecuencias cero y estacionales para datos semanales en presencia de observaciones anómalas. Concretamente, se ha comprobado, mediante experimentos de Monte Carlo, que tanto el tamaño como la potencia de tales contrastes, se ven alterados de manera importante ante la presencia de observaciones anómalas de tipo aditivo. Estos efectos han sido analizados en situaciones diferenciadas según la magnitud y frecuencia de este tipo de observaciones, así como en función de la inclusión o no de ciertos componentes determinísticos en la regresión auxiliar de contraste.

Por lo tanto, resulta necesario tratar adecuadamente estas observaciones para llevar a la práctica el procedimiento de contraste. En esta línea se han calibrado los efectos correctores de dos estrategias que conducen a resultados satisfactorios en términos de tamaño y potencia. Finalmente, estas aproximaciones se han aplicado a la serie de precios semanales del tomate en España entre 1986 y 1995, con objeto de ilustrar los posibles errores que conlleva ignorar la presencia de observaciones anómalas.

## Bibliografía

ABEYSINGHE, T. (1994) «Deterministic seasonal models and spurious regressions», *Journal of Econometrics*, 61, 259-272.

BEAULIEU, J.J. Y J.A. MIRON (1993) «Seasonal unit roots in aggregate US data», *Journal of Econometrics*, 55, 305-328.

CÁCERES, J.J. (1996) «Contraste de raíces unitarias en datos semanales», Estadística española, 141, 139-159.

CANOVA, F. Y B.E. HANSEN (1995) «Are seasonal patterns constant over time? A test for seasonal stability», *Journal of Business and Economic Statistics*, 13, 237-252.

CLEMENTS, M.P. Y D.F. HENDRY (1997) «An empirical study of seasonal unit roots in forecasting», *International Journal of Forecasting*, 13, 341-355.

CHAN, N.H. Y C.Z. WEI (1988) «Limiting distributions of least squares estimates of unstable autoregressive processses», *Annals of Statistics*, 16, 367-401.

CHANG, I., G.C. TIAO Y C. CHEN (1988) «Estimation of time series parameters in the presence of outliers», *Technometrics*, 30, 193-204.

CHEN, C. Y L. LIU (1993) «Joint estimation of model parameters and outliers effects in time series», *Journal of the American Statistical Association*, 88, 284-297.

FRANSES, P.H. (1990) *Testing for seasonal unit roots in monthly data*, Tinbergen Institute Series 30, Erasmus University, Rotterdam.

ÍNDICE



FRANSES, P.H. (1991) *Model selection and seasonality in time series*, Tinbergen Institute Series 18, Erasmus University, Rotterdam.

FRANSES, P.H. (1994) *Recent advances in modelling seasonality*, Econometric Institute Report 9467/A, Erasmus University, Rotterdam.

FRANSES, P.H. y N. HALDRUP (1994) «The effects of additive outliers on tests for unit roots and cointegration», *Journal of Business and Economic Statistics*, 12, 471-478.

FRANSES, P.H. y T. VOGELSANG (1998) «On seasonal cycles, unit roots, and mean shifts», *Review of Economics and Statistics*, 2, 231-240.

GHYSELS, E. (1994) «On the economics and econometrics of seasonality», in C. Sims (ed.) *Advances in Econometrics*, Vol. 1 (Sixth World Congress), cap. 7, Cambridge University Press.

GHYSELS, E., H.S. LEE y J. NOH (1994) «Testing for unit roots in seasonal time series», *Journal of Econometrics*, 62, 415-442.

HILLMER, S.C., W.R. BELL y G.C. TIAO (1983) «Modelling considerations in the seasonal adjustment of economic time series», en A. Zellner (ed.) *Applied Time Series Analysis of Economic Data*, 74-100.

HYLLEBERG, S. (1992) *Modelling seasonality*, Oxford University Press.

HYLLEBERG, S. (1994) «Modelling seasonal variation», en C.P. Hargreaves (ed.) *Nonstationary time series analysis and cointegration*, Oxford University Press.

HYLLEBERG, S. (1995) «Tests for seasonal unit roots. General to specific or specific to general?», *Journal of Econometrics*, 69, 5-25.

HYLLEBERG, S., R.F. ENGLE, C.W.J. GRANGER Y B.S. YOO (1990) «Seasonal integration and cointegration», *Journal of Econometrics*, 69, 5-25.

ICE, *Boletín Económico de Información Comercial Española*. Secretaría de Estado de Comercio (varios números).

JUSTEL, A., D. PEÑA Y M.G. SÁNCHEZ (1993) «Grupos de atípicos en modelos econométricos», *Cuadernos Económicos de* ICE, 55, 285-325.

LEDOLTER, J. (1989) «The effects of outliers on estimates and forecasts from ARIMA models», *International Journal of Forecasting*, 5, 231-240.

LEYBOURNE, S.J., T.C. MILLS Y P. NEWBOLD (1998) «Spurious rejections by Dickey-Fuller tests in the presence of a break under the null», *Journal of Econometrics*, 87, 191-203.

LUCAS, A. (1995) «An outlier robust unit root test with an application to the extended Nelson Plosser data», *Journal of Econometrics*, 66, 153-173.

MARTÍN, F.J., V.J. CANO Y J.J. CÁCERES (1999) «The introduction of seasonal unit roots and cointegration to test index aggregation optimality: an application to a Spanish farm price index», Emperical Economics, 24, 403-414.

MIRON, J.A. (1994) «The economics of seasonal cycles», en C. Sims (ed.) *Advances in Econometrics*, Vol. 1 (Sixth World Congress), cap. 6, Cambridge University Press.

MONTAÑÉS, A. Y DA SILVA LOPES, A.C.B. (1998) «The asymptotic behaviour of seasonal unit roots tests under the presence of a break in the deterministic seasonal pattern». Mimeo.

MONTAÑÉS, A. Y A. SANSÓ (1998) «The Dickey-Fuller test family and changes in the seasonal pattern». Mimeo.

OSBORN, D.R., S. HERAVI Y C.R. BIRCHENHALL (1999) «Seasonal unit roots and forecasts of two digits European industrial production», *International Journal of Forecasting*, 15, 27-47.

PEÑA, D. (1987) «Measuring the importance of outliers in arima models», en Puri et al (eds.) *New Perspective in Theorical and Applied Statistics*, 109-118.

PEÑA, D. (1990) «Influential observations in time series», *Journal of Business and Economic Statistics*, 8, 235-241.

PERRON, P. (1989) «The Great Crash, the oil price shock and the unit root hypothesis», *Econometrica*, 57, 1361-1402.

PERRON, P. Y T.J. VOGELSANG (1992A) «Nonstationary and level shifts with an application to purchasing power parity», *Journal of Business and Economic Statistics*, 10, 301-320.

PERRON, P. Y T.J. VOGELSANG (1992B) «Testing for a unit root in a time series with a changing mean: corrections and extensions», *Journal of Business and Economic Statistics*, 10, 467-470.

SANSÓ, A. (1996) *Anàlisi de l'estacionalitat no estacionària*, Tesis Doctoral, Universidad de Barcelona.

TAYLOR, A.M.R. (1998) «Testing for unit roots in monthly time series», *Journal of Time Series Analysis*, 19, 349-368.

TIAO, G. C. (1985) «Autoregressive moving averages models, intervention problems and outlier detection in time series», en Hannan et al (eds.) *Handbook of Statistics*, Vol. 5, 85-118.

TRÍVEZ, F.J. (1994) «Efectos de los distintos tipos de outliers en las predicciones de los modelos ARIMA», *Estadística española*, 36, 21-58.

TRÍVEZ, F.J. Y J. NIEVAS (1996) «Analyzing the effect of additive outliers on sample autocorrelations». 50th Conference of the Applied Econometric Association. The state of art 1974-1996. París, La Sorbona, 11 y 12 de Enero.

TSAY, R.S. (1986) «Time series model specification in the presence of outliers», *Journal of the American Statistical Association*, 81, 132-141.

TSAY, R.S. (1988) «Outliers, level shift and variance change in time series», *Journal of Forecasting*, 7, 1-20.

ZIVOT, E. Y D.W.K. ANDREWS (1992) «Further evidence on the Great Crash, the oil-price shock and the unit root hypothesis», *Journal of Business and Economic Statistics*, 10, 251-270.