

Estudios de Economía Aplicada
Nº 9, 1998. Págs.

Crecimiento económico y calidad medioambiental

M^ª DEL PILAR MARTÍNEZ GARCÍA
M^ª DEL MAR SÁNCHEZ DE LA VEGA
Universidad de Murcia

Esta versión incluye todas las correcciones sugeridas por el evaluador, las cuales nos han parecido oportunas y por las que le quedamos muy agradecidos.

RESUMEN

En este trabajo presentamos un modelo de crecimiento económico y contaminación, que incorpora un sector de investigación en tecnologías menos contaminantes. Además, a diferencia de otros modelos propuestos en este contexto, incluye la posibilidad de destinar parte del capital existente a la mejora del medio ambiente. El modelo se formula como un problema de control óptimo. En una economía centralizada, se determinan las condiciones necesarias y suficientes que ha de cumplir una solución óptima, y se establece la existencia de dicha solución.

Se analiza además, una economía descentralizada, con diferentes agentes (consumidores y productores) que actúan de forma óptima según sus intereses. En esta situación, se determina cómo debe ser la actuación del gobierno para que, con el funcionamiento normal de una economía de mercado, se alcance el óptimo social, correspondiente al problema anterior.

Palabras clave: Control óptimo, crecimiento económico, calidad medioambiental.

ABSTRACT

We analyze a model of economic growth with stock of pollution that incorporates pollution-augmenting technological change, and include also the possibility of investing part of the capital stock in the environment recovering. The model is formulated as an optimal control problem. In a centralized economy, we find the necessary and sufficient conditions for an optimal solution, and the existence of this solution is established.

We analyze also a decentralized economy, with different agents (consumers and producers) optimally operating, in accordance with their own interests. In this situation we study the way in which government should work to achieve, with the normal behaviour of a market economy, the social optimum, corresponding to the previous problem.

Keywords: Optimal control, economic growth, pollution.

Código: 5307-01

Artículo recibido en septiembre de 1996. Revisado en julio de 1997.

1. Introducción

En muchas ocasiones se ha culpado al progreso económico y científico de ser el causante de los graves problemas medioambientales y de escasez de recursos naturales, con los que las sociedades modernas tienen que enfrentarse en la actualidad.

Durante mucho tiempo, y con el fin de obtener mayores tasas de crecimiento y progreso económico, los bienes medioambientales se han utilizado de forma intensiva, como si estuvieran disponibles en cantidades ilimitadas. La no preocupación en el pasado por los problemas ambientales ha llevado a que en la actualidad el medio ambiente se presente como un bien escaso que necesita inversiones tanto en actividades de descontaminación y recuperación medioambiental, como en proyectos de desarrollo e investigación en tecnologías de producción que aprovechen más eficientemente los recursos naturales.

Como resultado de la creciente preocupación por la conservación del medio ambiente, algunos economistas dedicados al crecimiento económico se han interesado también por la gestión medioambiental y la relación existente entre medio ambiente y crecimiento económico. El primer estudio en este campo se debe a Keeler, Spence y Zeckhauser (1971), que junto con otros trabajos como los de Foster (1973), Gruver (1976), Brock (1977), Asako (1980), Becker (1982) y Tahvonen y Kuuluvainen (1993) entre otros, estudiaron las condiciones para que una economía con población y tecnología constantes, permanezca en estado estacionario con emisiones contaminantes y calidad medioambiental también estacionarias. Sin embargo, una economía con población creciente, o donde existe un avance tecnológico, no permanecerá en el estado estacionario, sino que más bien, todas las variables de la economía se moverán al mismo ritmo que la población o que el avance técnico. Trabajos más recientes como los de Gottinger (1992), Eismund (1994) y Rubio y Fisher (1994) entre otros, contemplan la posibilidad de crecimiento poblacional y avance tecnológico exógeno. Se trata de modelos donde no existe estado estacionario, y cuyo estudio entraña una mayor complejidad.

Sin embargo, el avance tecnológico no aparece de forma gratuita y sin esfuerzo, es necesario invertir en el sector de investigación científica y aprendizaje. Surge de esta forma una tercera generación de modelos que consideran el avance tecnológico endógenamente. Modelos como los de Gradus y Smulders (1993), Verdier (1993), van Ewijk y van Wijbergen (1994) y Bovenberg y Smulders (1995) consideran un sector de investigación en tecnologías más limpias.

El modelo que presentamos en este trabajo se incluye en esta última línea de investigación. Se trata de un modelo de crecimiento económico en el que se ha incorporado, de forma endógena, un sector de investigación tecnológica destinado a la innovación en tecnologías más limpias, pero donde, a diferencia de los estudios anteriores, existe la posibilidad de destinar parte del capital disponible en la econo-

mía a la recuperación y limpieza del medio ambiente. Nuestro objetivo es estudiar la existencia de solución óptima para este modelo.

El trabajo está organizado de la forma siguiente: en la sección segunda se describe el modelo y se estudia el problema desde la perspectiva de un planificador social, que intenta gestionar la economía de forma óptima a lo largo de un horizonte temporal infinito. Se detallan las condiciones necesarias y suficientes que debe cumplir una solución óptima del problema, y se establece la existencia y unicidad de tal solución. En la sección tercera analizamos una economía descentralizada, con diferentes agentes (consumidores y productores) que actúan de forma óptima según sus intereses, y un gobierno que ha de poner los incentivos necesarios para que, con el funcionamiento normal de una economía de mercado, se alcance el óptimo social. Finalmente, en la sección cuarta se recogen las conclusiones del trabajo.

2. Descripción del modelo

En este apartado estudiaremos el problema de una economía centralizada, donde el gobierno desea determinar, en cada instante de tiempo, la asignación de recursos económicos y ambientales que maximiza el flujo de utilidad descontada a lo largo de un intervalo temporal infinito. Supondremos que la población es constante, por lo que no es necesario distinguir entre variables agregadas o en unidades per cápita.

A continuación describimos los distintos componentes del modelo.

2.1. Calidad Medioambiental

Suponemos que el nivel de calidad medioambiental está medido por un índice z , que representa el nivel de contaminación o degradación medioambiental, que aumenta debido a los flujos agregados de emisiones contaminantes y materiales de desecho que se derivan de la actividad económica, así como a la explotación de recursos naturales, y decrece debido tanto a la capacidad de absorción de polución y regeneración de la propia naturaleza (el medio ambiente por tanto está modelizado como un recurso renovable), como a la actividad de limpieza y recuperación medioambiental que el gobierno puede llevar a cabo, dedicando parte de los recursos de la economía a la protección medioambiental.

Utilizaremos el término emisiones contaminantes de forma amplia, haciendo referencia tanto a la emisión de sustancias tóxicas y materiales de desecho que se vierten en el medio ambiente, como a la explotación de recursos naturales (tala de bosques, explotación pesquera, etc). Ambas actividades son equivalentes ya que el

vertido de materiales de desecho al medio ambiente, puede interpretarse también como la explotación de un recurso natural como puede ser el aire, agua o suelo (ver por ejemplo Smulders (1995) y Dasgupta (1996), donde se establece la equivalencia de los dos problemas)

La ecuación dinámica que describe la evolución de z en el tiempo tiene la siguiente forma:

$$\dot{z} = E - \alpha(E, z)z - F(K_z)$$

donde E denota el flujo de emisiones contaminantes agregadas de toda la economía, la función $\alpha(E, z)$ representa la proporción a la que la naturaleza es capaz de regenerarse, o también puede verse como la proporción de contaminación que el medio ambiente es capaz de absorber de forma natural, y $F(K_z)$ indica la cantidad de contaminación que puede eliminarse dedicando una parte de los recursos disponibles en la economía, K_z , a la mejora del medio ambiente.

Suponemos que la función $\alpha(E, z)$ es de clase C_2 , depende negativamente del flujo de emisiones y del stock de contaminación, y es estrictamente cóncava. Además, para cada nivel de z existe un nivel de emisiones $\bar{E}(z)$ donde se anula la capacidad de regeneración del medio ambiente, $\alpha(\bar{E}(z), z) = 0$. Por tanto

$$\frac{d\bar{E}(z)}{dz} = -\frac{\partial\alpha/\partial z}{\partial\alpha/\partial E} < 0$$

La función F es de clase C_2 , estrictamente creciente y estrictamente cóncava, tal que $F(0)=0$ y

$$\lim_{K_z \rightarrow 0} \frac{\partial F}{\partial K_z} = -\infty$$

2.2. Sectores Productivos

Consideramos una economía con dos sectores productivos. Uno de los sectores produce output final, que puede dedicarse al consumo, o puede acumularse formando el stock de capital de la economía. El capital, denotado por la letra k , incluye todo el capital que la economía puede producir, tal como capital físico y humano, sin embargo se excluye el capital de conocimiento tecnológico directamente relacionado con la contaminación. Por conveniencia llamaremos a k capital 'físico'. El segundo sector, al que llamaremos de conocimiento o de desarrollo e investigación medioambiental, produce conocimiento dedicado a que las emisiones contaminan-

tes sean más productivas. Denotaremos por la letra h el stock de conocimiento acumulado en este campo. Se trata de un sector puro de inversión, ya que su output no se utiliza para el consumo sino que es un bien intermedio que sirve como input en los dos sectores de la economía.

Los dos tipos de capital k y h están hechos por el hombre, y para producirlos es necesario invertir recursos en el sector industrial y en el sector de aprendizaje e investigación respectivamente. Sin embargo el capital físico, a diferencia del conocimiento tecnológico, es un bien rival, ya que el uso de k para un determinado fin impide su uso en otras actividades distintas. Por el contrario, el conocimiento tecnológico es un bien no rival: una vez que un determinado avance tecnológico es creado puede ser utilizado por muchos individuos, muchas veces y en muchos lugares sin que se gaste o deteriore. No existen por tanto costes de oportunidad asociados con el uso del conocimiento.

Suponemos que el output final, Y , se produce según la siguiente tecnología:

$$Y = Y(K_Y, E_Y)$$

donde el primer input K_Y , representa el stock de capital físico dedicado a la producción de bienes finales, y E_Y representa la cantidad efectiva de emisiones contaminantes derivadas de la producción de bienes de consumo.

En este modelo, al igual que en el modelo de Brock (1977), las emisiones contaminantes se modelizan como un input necesario¹. No es posible producir sin contaminar el medio ambiente, o explotar algún recurso natural. Es posible sin embargo un progreso tecnológico que haga que las emisiones contaminantes y la explotación de recursos sean más productivas. Supondremos por tanto que la capacidad productiva de las emisiones depende del conocimiento técnico disponible, h . En consecuen-

1. Parece claro que un recurso natural como por ejemplo la pesca o la madera actúan como inputs en la producción de output final, sin embargo no es tan evidente considerar la emisión de gases tóxicos como el dióxido de carbono, o el vertido de residuos por parte de las industrias, como factores productivos. Estos últimos han sido modelizados tradicionalmente como outputs no deseados, que se derivan necesariamente de la producción de bienes en la economía (Keeler, Spence y Zeckhauser (1971), Foster (1973), Gruver (1976) y Asako (1980)), y dependen directamente del nivel de producción. Con este tipo de modelización, un aumento en las emisiones es sólo consecuencia de aumentos en el resto de inputs, negando el hecho de que con la misma cantidad de inputs productivos es posible aumentar la producción permitiendo mayores emisiones contaminantes (por ejemplo, con la misma cantidad de trabajo y capital es posible aumentar la producción industrial desviando recursos destinados a la implantación de filtros a la producción de output, o como en el caso de una plantación agrícola, donde es posible aumentar la producción utilizando pesticidas).

En nuestro modelo, por el contrario, consideramos las emisiones contaminantes como un input en la producción de bienes (ver Brock (1977), Pittman (1981), Tahvonen y Kuuluvainen (1993) entre otros). Modelizar las emisiones como un factor productivo es una simplificación del papel real que éstas desem-

cia, el nivel efectivo de emisiones que son productivas en el sector de output final, E_{γ} , puede escribirse como γhE , donde E representa el nivel agregado de emisiones contaminantes en toda la economía (que afecta a la calidad medioambiental tal y como vimos en la ecuación (1)), hE representa el nivel efectivo de emisiones que son productivas en la actividad económica, y γ es la proporción de emisiones de la que el sector de producción final es responsable.

Se supone que la función Y es de clase C^2 , creciente en todos sus argumentos y estrictamente cóncava. Además, ambos factores son esenciales en la producción, y se cumplen las condiciones de Inada, es decir:

$$Y(0, E_{\gamma}) = Y(K_{\gamma}, 0) = 0 \quad (5)$$

$$\lim_{K_{\gamma} \rightarrow 0^+} \frac{\partial Y}{\partial K_{\gamma}} = +\infty \quad \lim_{E_{\gamma} \rightarrow 0^+} \frac{\partial Y}{\partial E_{\gamma}} = +\infty \quad \lim_{K_{\gamma} \rightarrow +\infty} \frac{\partial Y}{\partial K_{\gamma}} = 0 \quad \lim_{E_{\gamma} \rightarrow +\infty} \frac{\partial Y}{\partial E_{\gamma}} = 0 \quad (6)$$

Supondremos también que capital y emisiones son sustitutos técnicos, ya que un aumento de las emisiones aumenta la productividad del capital, es decir,

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial K_{\gamma} \partial E_{\gamma}} > 0 \quad (7)$$

El stock de conocimiento h está separado del capital incluido en k , por lo que podemos estudiar explícitamente el efecto que un progreso técnico en el aprovechamiento de los recursos naturales y las emisiones de sustancias contaminantes, tiene sobre el crecimiento de la economía y la conservación del medio ambiente. Una mejora tecnológica requiere invertir capital, materiales y energía en la experimentación y resolución de problemas. Supondremos que el aumento en el nivel de conocimiento tecnológico está descrito por la siguiente función:

$$h = H = H(K_H, E_H) \quad (8)$$

siendo K_H el stock de capital físico que se invierte en este sector, y E_H la cantidad efectiva de emisiones contaminantes, o materiales de desecho, que se derivan de

peñan en la producción, ya que algunos otros inputs no pueden variar independientemente de las emisiones. Además, una reducción en el flujo de emisiones contaminantes no siempre conlleva a una reducción en la producción. Sin embargo, este tipo de modelización permite reflejar el hecho de que un uso más intensivo del medio ambiente, manteniendo el resto de factores productivos constantes, aumenta la producción, tal y como sucede en muchos problemas reales.

esta actividad². Podemos escribir por tanto $E_H = (1 - \gamma)hE$. Observemos que un mayor nivel de h aumentará la productividad de las emisiones tanto en el sector de producción de output final como en el sector de conocimiento tecnológico, de ahí su carácter de bien no rival.

La función H es una función de clase C^2 , creciente en todos sus argumentos, estrictamente cóncava. Además, los factores son esenciales en la producción, y se cumple las condiciones de Inada:

$$H(0, E_H) = H(K_H, 0) = 0 \quad (9)$$

$$\lim_{K_H \rightarrow 0} \frac{\partial H}{\partial K_H} = -\infty \quad \lim_{E_H \rightarrow 0} \frac{\partial H}{\partial E_H} = -\infty \quad \lim_{K_H \rightarrow \infty} \frac{\partial H}{\partial K_H} = 0 \quad \lim_{E_H \rightarrow \infty} \frac{\partial H}{\partial E_H} = 0 \quad (10)$$

Además, al igual que antes,

$$\frac{\partial^2 H}{\partial K_H \partial E_H} > 0 \quad (11)$$

El modelo incorpora tres variables de estado: nivel de degradación medioambiental (z), capital "físico" (k) y conocimiento tecnológico (h). Las variables z y h evolucionan de acuerdo con las ecuaciones (1) y (8) respectivamente, mientras que la evolución del stock de capital físico está descrita por una ecuación standard de acumulación de capital (ignorando la depreciación):

$$\dot{K} = Y - C \quad (12)$$

donde C denota el consumo.

2. El uso de recursos naturales y la emisión de sustancias contaminantes y materiales de desecho en el sector de aprendizaje, no puede ser tan significativo como en el sector de producción de output final, sin embargo la producción de conocimientos sería imposible sin la dedicación de parte del suelo a la construcción de universidades, en cuyos edificios se instalan aparatos de refrigeración que dañan la capa de ozono, y a donde sus profesores y alumnos acuden en vehículos que desprenden gases tóxicos.

2.3. Preferencias

Supondremos que existe una función de utilidad instantánea, $U(C,z)$ de clase C^2 , estrictamente cóncava, estrictamente creciente con el nivel de consumo y decreciente con el stock de contaminación. Además,

$$\lim_{z \rightarrow \bar{z}} \frac{\partial U}{\partial z}(C,z) = -\infty \quad (13)$$

$$\lim_{z \rightarrow 0} \frac{\partial U}{\partial z}(C,z) = 0 \quad (14)$$

$$\lim_{C \rightarrow \infty} \frac{\partial U}{\partial C}(C,z) = 0 \quad (15)$$

$$\lim_{C \rightarrow 0} \frac{\partial U}{\partial C}(C,z) = -\infty \quad (16)$$

Siendo $\bar{z} > 0$ un nivel de contaminación extremo que, desde el punto de vista del consumidor, no sería deseable sobrepasar. Un nivel de degradación ambiental superior a éste reduciría el bienestar social de forma drástica, tal y como queda reflejado en la ecuación (13).

El problema de un planificador social es elegir las trayectorias temporales para el consumo, el nivel agregado de emisiones en toda la economía, y la fracción de capital y emisiones en cada uno de los sectores, que maximice el flujo de utilidad descontada en un período temporal infinito, es decir, resolver el siguiente problema de control óptimo.

$$\text{MAX}_{C,E,\beta_1,\beta_2,\gamma} \int_0^{\infty} e^{-\rho t} U(C,z) dt \quad (17)$$

$$\text{s.a. } \dot{k} = Y(\beta_1 k, \gamma h E) - C \quad (18)$$

$$\dot{z} = E \alpha(E,z) - F(\beta_2 k) \quad (19)$$

$$\dot{h} = H[(1-\beta_1 - \beta_2)k, (1-\gamma)hE] \quad (20)$$

Las variables y parámetros del modelo son:

- *Variables de Estado*

k : Stock de capital físico

h : Stock de conocimiento tecnológico

z : Nivel de degradación ambiental

- *Variables de Control*

C : Consumo

E : Emisiones agregadas de toda la economía

β_1 : Proporción de capital físico que se invierte en la producción de output final, KY/k

β_2 : Proporción de capital físico que se invierte en la recuperación medioambiental, Kz/k

γ : Proporción de emisiones de las que el sector de output final es responsable

- *Parámetros*

ρ : Tasa social de descuento temporal

Denotaremos por x al vector de variables de estado (k, z, h) , y por w al vector de variables de control $(C, E, \beta_1, \beta_2, \gamma)$.

La región de control para nuestro problema está definida por las siguientes desigualdades,

$$C \geq 0, \quad \beta_1 \geq 0, \quad \beta_2 \geq 0, \quad 0 \leq \gamma \leq 1, \quad \beta_1 + \beta_2 \leq 1, \quad E \geq 0$$

y la variables de estado deben cumplir

$$k \geq 0, \quad 0 \leq z \leq \bar{z}, \quad h \geq 0$$

Las condiciones (3),(6),(10) y (16) aseguran que los controles óptimos se encuentran en el interior de la región de control. Por las condiciones (13) y (14) se tiene que $0 < z < \bar{z}$ a lo largo de una trayectoria óptima. Además, como todos los inputs son necesarios para la producción (condiciones (5) y (9)), k y h serán estrictamente positivos a lo largo de una trayectoria óptima, ya que si en algún momento k o h se anularan, no sería posible la producción de bienes y por tanto el consumo se reduciría hasta anularse, en consecuencia, y según la ecuación (16), cualquier otra solución en la que k y h no se anulen nunca sería más deseable.

Nuestro problema es equivalente, por tanto, al que resulta de considerar como restricciones las siguientes:

$$C > 0, \quad \beta_1 > 0, \quad \beta_2 > 0, \quad \beta_1 + \beta_2 < 1, \quad 0 > \gamma < 1, \quad E > 0$$

$$k > 0, \quad 0 < z < \bar{z}, \quad h > 0$$

2.4. Condiciones de Optimalidad

El Hamiltoniano asociado al problema (17)-(20), está definido por:

$$\bar{H} = U(C, z) + \lambda(Y(K_Y, E_Y) - C) + \mu(E - \alpha(E, z)z - F(K_Z)) + \phi H(K_H, E_H)$$

Por el Principio del Máximo de Pontryagin (ver Seierstad y Sydsaeter (1987)), si $(w^*(t), x^*(t))$ es solución óptima para el problema (17)-(20), existen funciones $\lambda(t), \mu(t)$, y $\phi(t)$ continuas con derivadas parciales continuas de forma que, en cada instante de tiempo, w^* maximiza la función Hamiltoniana (21) $\forall w$ vector de controles admisibles. Por tanto, dadas las condiciones de concavidad impuestas al problema, w^* ha de ser solución del siguiente sistema de ecuaciones algebraicas,

$$\frac{\partial U}{\partial C} = \lambda \quad (22)$$

$$\lambda \frac{\partial Y}{\partial E_Y} - \phi \frac{\partial H}{\partial E_H} = 0 \quad (23)$$

$$\mu \left(1 - \frac{\partial \alpha}{\partial E} z \right) = h \lambda \frac{\partial Y}{\partial E_Y} = h \phi \frac{\partial H}{\partial E_H} \quad (24)$$

$$\mu \frac{\partial F}{\partial K_Z} - \phi \frac{\partial H}{\partial K_H} = 0 \quad (25)$$

$$\lambda \frac{\partial Y}{\partial K_Y} - \phi \frac{\partial H}{\partial K_H} = 0 \quad (25)$$

De (22) se obtiene que $\lambda(t) > 0$, que junto con el resto de ecuaciones implica que $\mu(t) < 0$ y $\phi(t) > 0$.

Las ecuaciones (23) y (26) indican que la productividad marginal del capital y de las emisiones efectivas en los sectores de producción H e Y coinciden, por lo que la relación técnica de sustitución entre los dos inputs coincide en ambos sectores.

Además, por la ecuación (24), se tiene que el daño producido por aumentar las emisiones en una unidad debe coincidir con el incremento en la producción, dado el nivel de conocimiento tecnológico existente en ese momento de tiempo. La ecuación (25) indica que la productividad marginal del capital en el sector de limpieza del

medio ambiente (Kz), debe coincidir con la productividad del capital en los sectores de producción de output final y conocimiento tecnológico.

También por el Principio del Máximo de Pontryagin, la dinámica de las variables de coestado, $\lambda(t)$, $\mu(t)$, y $\Phi(t)$, está determinada por las ecuaciones:

$$\dot{\lambda} = \lambda \left(\rho - \frac{\partial Y}{\partial K_Y} \right) \quad (27)$$

$$\dot{\mu} = \left(\rho + \alpha + \frac{\partial \alpha}{\partial z} z \right) \mu - \frac{\partial U}{\partial z} \quad (28)$$

$$\dot{\Phi} = \Phi \left(\rho - E \frac{\delta H}{\delta E_H} \right) \quad (29)$$

Debido a las condiciones de concavidad impuestas en el problema, las condiciones necesarias dadas por el teorema de Pontryagin, (22)-(26) y (27)-(29), son también condiciones suficientes para la optimalidad.

Queda tan sólo establecer la existencia de una trayectoria que cumpla estas condiciones. En la siguiente proposición se demuestra que para todo conjunto de variables de estado y coestado, existe una única combinación de variables de control solución del sistema (22)-(26), con lo que se demuestra la existencia de una única solución óptima.

PROPOSICIÓN 1: Bajo información y previsión perfecta, el problema (17)-(20) tiene una única solución óptima, para cualquier combinación de condiciones iniciales, $k_0 > 0$, $0 < z_0 < \bar{z}$ y $\bar{H}_0 > 0$.

3. Economía de mercado

En el modelo que presentamos el medio ambiente así como el conocimiento tecnológico tienen carácter de bien público, por lo que su provisión en una economía de mercado necesitará la intervención por parte del gobierno.

Los consumidores verán reducido su nivel de bienestar por las acciones llevadas a cabo por los productores, quienes explotan los recursos naturales y vierten sustancias tóxicas al medio ambiente. Sin embargo, como la calidad del medio ambiente depende de las emisiones agregadas de toda la economía, los consumidores y produc-

tores individuales ignoran los efectos que sus decisiones tienen sobre el medio ambiente (*La Tragedia de los Comunes*). Sin intervención gubernamental, las empresas no tendrán asociado ningún coste por contaminar, tan sólo ingreso, por lo que aumentarán las emisiones a niveles superiores a lo que sería óptimo desde un punto de vista social. Además, ninguna empresa dedicará recursos a la recuperación medioambiental sin recibir nada a cambio, ya que ello significaría la pérdida de beneficios. Se necesitan mecanismos sociales para evitar este tipo de situaciones. El gobierno debería por ejemplo imponer un impuesto sobre las emisiones, o crear un mercado de permisos sobre la explotación del medio ambiente, de manera que las empresas internalicen todos los costes sociales asociados a su actividad. Además, debería subvencionar las actividades de limpieza y recuperación del medio ambiente.

Por otro lado, debido al carácter no rival del conocimiento tecnológico, el uso de una información por parte de un agente no reduce en absoluto su valor técnico para otros posibles usuarios. Además, el conocimiento es un bien del que es difícil apropiarse, ya que cualquier uso que se haga de él tenderá a revelarlo. En consecuencia, las empresas no tendrán incentivos para invertir en proyectos de investigación, ya que será difícil beneficiarse vendiendo la información obtenida. La creación de un sistema legal de protección (un sistema de patentes por ejemplo) que dé al inventor derechos exclusivos sobre el uso de su descubrimiento durante un tiempo determinado, tampoco resuelve el problema de manera satisfactoria, ya que ningún sistema de patentes es totalmente efectivo cuando se trata de algo tan intangible como la información, y además, la protección legal reduciría el nivel de utilización del descubrimiento, produciendo una ineficiencia desde un punto de vista social. Será necesario por tanto algún tipo de subvención por parte del gobierno a la actividad investigadora, y una vez que el descubrimiento está hecho, ponerlo a disposición de toda la sociedad.

Suponemos una economía descentralizada con infinitos individuos que pueden ser consumidores o empresarios, y un medio ambiente de libre acceso. Suponemos también la existencia de un gobierno que pone impuestos sobre la actividad contaminante de las empresas, y subvenciona actividades de recuperación medioambiental e investigación en tecnologías que aprovechen más eficientemente los recursos medioambientales. Los consumidores acumulan capital físico y humano que alquilan a las empresas a un precio fijo dado por el mercado (r), y planifican el consumo con el fin de maximizar su bienestar descontado a lo largo de un horizonte temporal infinito. Por otro lado, las empresas eligen la cantidad de recursos que dedican a cada actividad (producción de output final, recuperación medioambiental e investigación tecnológica) que maximiza el beneficio instantáneo (π), en una situación de competencia perfecta.

Se supone, al igual que en el problema del planificador social, información y previsión perfecta.

El problema de un consumidor representativo puede formularse como un problema de control óptimo:

$$\text{Max}_{C>0} \int_0^{\infty} e^{-\rho t} U(C, z) dt \quad (33)$$

$$s.a \quad \dot{k} = \pi + rk - S + I - C \quad (34)$$

Donde S e I son respectivamente las subvenciones y los impuestos. El gobierno se apropia de parte del capital de los consumidores para subvencionar a las empresas, de quienes recauda impuestos que entrega a los consumidores.

El problema de una empresa representativa se puede formular como un problema de optimización estático:

$$\text{Max}_{K_Y, K_H, K_Z, e_Y, e_H} \pi - Y(K_Y, h, e_Y) + s_1 H(K_H, h, e_H) + s_2 F(K_Z) - r(K_Y + K_H + K_Z) - \tau(e_Y + e_H) \quad (35)$$

es decir, dado un nivel de conocimiento tecnológico (h), el empresario elige la combinación de capital físico en cada una de las tres actividades posibles (K_Y , K_H y K_Z), y la tasa de explotación del medio ambiente en los sectores de output final (e_Y) y de conocimiento tecnológico (e_H), que tras pagar los impuestos por contaminar y recibir las subvenciones, maximizan su beneficio instantáneo.

Por tanto, las subvenciones e impuestos serán:

$$S = s_1 H(K_H, h, e_H) + s_2 F(K_Z) \quad I = \tau(e_Y + e_H)$$

Observemos que ni consumidores ni empresarios contemplan en sus planes la degradación medioambiental descrita por la ecuación (1). Es el gobierno quien debe preocuparse por la calidad del medio ambiente y actuar para garantizar niveles óptimos.

Resolviendo el problema de optimización asociado al empresario, se obtiene que los niveles de capital y emisiones óptimos deberán cumplir las siguientes condiciones:

$$r = \frac{\partial Y}{\partial K_Y} = s_1 \frac{\partial H}{\partial K_H} = s_2 \frac{\partial F}{\partial K_Z} \quad (36)$$

$$\tau = h \frac{\partial Y}{\partial E_Y} = h s_1 \frac{\partial H}{\partial E_H} \quad (37)$$

En consecuencia, para que la solución de mercado coincida con la solución socialmente óptima será necesario que el gobierno fije las tasas de subvención e impositiva de la siguiente manera:

$$s_1 = \frac{\Phi}{\lambda}; \quad s_2 = -\frac{\mu}{\lambda}; \quad \tau = -\frac{\mu}{\lambda} \left(1 - \frac{\partial \alpha}{\partial E} z \right) \quad (38)$$

siendo λ , μ y Φ las variables de coestado del problema del planificador social.

Por otro lado, el hamiltoniano asociado al problema del consumidor (33)-(34) es

$$\bar{H}_c = U(C, z) + \lambda_c (\pi - rk - S + I - C) \quad (39)$$

Aplicando el teorema de Pontryagin a este problema se obtiene

$$\frac{\partial U}{\partial C} = \lambda_c \quad (40)$$

$$\dot{\lambda}_c = \lambda_c (\rho - r) \quad (41)$$

Como $r = \delta Y / \delta K_y$ por (36), se tiene que $\lambda_c = \lambda$ y el comportamiento del consumidor va a ser idéntico al del problema del planificador social.

Se tiene por tanto el siguiente resultado.

PROPOSICIÓN 2: La solución óptima en una economía de mercado coincide con la solución socialmente óptima si y sólo si existe intervención por parte del gobierno

$$s_1 = \frac{\Phi}{\lambda}; \quad s_2 = -\frac{\mu}{\lambda}; \quad \tau = -\frac{\mu}{\lambda} \left(1 - \frac{\partial \alpha}{\partial E} z \right)$$

fijando unas tasas de subvención e impositiva de la siguiente manera:

siendo λ , μ , y Φ las variables de coestado asociadas a la solución óptima del problema del planificador social.

Lo anterior demuestra que en una economía descentralizada, el gobierno tiene que encontrar la solución al problema del planificador social con el fin de obtener los impuestos y subvenciones que garantizan el mantenimiento de la economía a lo largo de la trayectoria socialmente óptima.

4. Conclusiones

En este trabajo proponemos un modelo de crecimiento económico y calidad medioambiental que incluye, además de un sector de investigación en tecnologías de producción más limpias, la posibilidad de invertir parte de los recursos de la economía en la recuperación medioambiental.

Se demuestra que, dada cualquier combinación de condiciones iniciales para la economía y bajo previsión e información perfecta por parte del gobierno, existe una única trayectoria socialmente óptima.

La calidad del medio ambiente y el conocimiento tecnológico tienen carácter de bien público, por lo que es necesaria la intervención del gobierno para que una economía de mercado se mantenga en la trayectoria socialmente óptima. Los impuestos y subvenciones que el gobierno ha de imponer a los distintos agentes se calculan a partir de los precios sombra del capital físico, conocimiento tecnológico y calidad medioambiental en el problema del planificador social.

Bibliografía

- BOVENBERG, A.L. Y SMULDERS, S. (1995): "Environmental Quality and Pollution-Augmenting Technological Change in a Two-Sector Endogeneous Growth Model ", *Journal of Economics*, 57, págs. 369-391.
- BROCK, W.A. (1977): " A Polluted Golden Age ", artículo incluido en *Economics of Natural and Environmental Resources* editado por Smith, V.L. , New York: Gordon & Breach.
- DASGUPTA, P. (1996): "The Economics of the Environment" 1996 Proceedings of the British Academy.
- DE LA FUENTE, A. (1992): " Histoire D'A : Crecimiento y Progreso Técnico ", *Investigaciones Económicas (Segunda Epoca)*, 39, págs.331-391.
- EISMONT, O. (1994): "Economic Growth with Environmental Damage and Technical Progress", *Environmental and Resource Economics*, 4, págs. 241-249.
- FOSTER, B.A. (1973): "Optimal Capital Accumulation in a Polluted Environment", *Journal of Southern Economics*, 39, págs. 544-547.
- FOSTER, B.A. (1973): "Optimal Consumption Planning in a Polluted Environment", *Economic Record*, 49, pág. 534-545.
- GOTTINGER, H.W. (1992): "Optimal economic growth when CO2 constraints are critical", *Energy Economics*, 14(3), pág. 192-99.
- GRADUS, R., SMULDERS (1993): " The trade-Off Between Environmental Care and Longterm Growth: Pollution in Three Proto-Type Growth Models", *Journal of Economics*, 58, págs. 25-51.

- KEELER, E., SPENCE, M. Y ZECKHAUSER, R. (1971): "The optimal control of pollution", *Journal of Economic Theory*, 4, pág. 19-34.
- MUZU, I. (1990): "A Note on optimal accumulation and the control of environmental quality", *Rivista Internazionale di Scienze Economiche e Commerciali*, 37, pág 193-202.
- PITTMAN, R.W. (1981): "Issues in pollution control: Interplant cost differences and economies of scale" *Land Econom*, 57(1), pág. 1-17.
- RUBIO, S. Y FISHER, A.C. (1994): "Optimal Capital Accumulation and Stock Pollution : the Greenhouse Effect", *Revista Española de Economía, Monográfico: "Recursos Naturales y Medio Ambiente"*, págs. 119-140.
- SEIERSTAD, A. Y SYDSAETER, K. (1987): *Optimal Control Theory with Economic Applications*, Ed. North- Holland.
- SMITH, V.L. (1977): *Economics of Natural and Environmental Resources*, New York : Gordon & Breach.
- SMULDERS, S. (1995): "Entropy, Environment, and Endogenous Economic Growth", *International Tax and Finance*, 2, págs. 319-340.
- TAHVONEN, O. Y KUULUVAINEN, J. (1991): "Optimal Growth with renewable resources and pollution ", *European Economic Review*, 35, pág. 650-661 .
- TAHVONEN, O. Y KUULUVAINEN, J. (1993): "Economic Growth, Pollution, and Renewable Resources ", *Journal of Environmental Economics and Management*, 24, págs. 101-118.
- VAN MARREWIJK, C., S. WIJNBEGEN (1994): "Environmental Policy and Economic Growth". Mimeo, University of Amsterdam, CEPR Discussion Paper.
- VERDIER, T. (1993): "Environmental Pollution and Endogenous Growth: A Comparison Between Emission Taxes and Technological Standars." *Foundations Eni Enrico Mattei Working Paper* 57.93.