

## **Efectos de los Outliers aditivos en la predicción de la varianza condicional de un modelo Arch**

CATALÁN, BEATRIZ Y TRÍVEZ, F. JAVIER (\*).

*Departamento de Análisis Económico Facultad de Ciencias Económicas Gran Vía 2-4 Zaragoza*

Tfno: 976 761827 - Fax: 976 761996 - (\*) E-mail: [fjtrivez@unizar.es](mailto:fjtrivez@unizar.es)

### RESUMEN

Resumen: El propósito de este artículo es analizar y cuantificar analíticamente el efecto de los outliers aditivos en la predicción de la volatilidad a partir de un modelo ARCH. Para ello, se comienza distinguiendo entre outliers aditivos de nivel (Additive Level Outliers, ALO) y de volatilidad (Additive Volatility Outliers, AVO), obteniendo las expresiones analíticas del incremento relativo en el error absoluto medio que producen los outliers mencionados en dos situaciones distintas: cuando los coeficientes son conocidos y cuando dichos coeficientes deben estimarse. El análisis se completa con un experimento de Monte Carlo, a partir del cual resultan más evidentes las principales conclusiones que pueden extraerse. En concreto, la principal conclusión que se obtiene es que los outliers aquí tratados incrementan de forma considerable el error de predicción, sin embargo este efecto va disminuyendo en el tiempo, de forma que si los outliers tienen lugar en un período bastante alejado del momento del origen de la predicción, los efectos apenas serán significativos.

*Palabras clave:* Outliers, Modelos ARCH, Predicción, Volatilidad.

## **Effects of the additive Outliers in the forecasting of the conditional variance of an Arch model**

### ABSTRACT

Abstract: The objective of this paper is to analyze and analytically quantify the effect of additive outliers in the forecasting of volatility from an ARCH Model. For it, we start by distinguishing between Additive Level Outliers (ALO) and Additive Volatility Outliers (AVO), obtaining the analytical expressions of the relative increase in the absolute mean error that ALO and AVO produce in two different situations: when the coefficients are known and when these coefficients must be estimated. The analysis is completed with an experiment of Monte-Carlo, from which we can extract the principal conclusions. In fact the principal conclusion that is obtained is that the additive outliers considered have the effect of considerably increasing the prediction error, nevertheless this effect is diminishing in the time, in such a way that if the outliers has taken place in a period relatively distant from the origin of the forecast, then the effects will rarely be significant.

*KeyWords:* Additive Level Outliers, Additive Volatility Outliers, ARCH Models, Forecasting, Volatility.

AMS classification: C22, C53

---

Artículo recibido en enero de 2005 y aceptado para su publicación en febrero de 2006.

Artículo disponible en versión electrónica en la página [www.revista-eea.net](http://www.revista-eea.net), ref.: e-24112.

## 1. INTRODUCCIÓN

Desde la publicación del influyente trabajo de Engle (1982) la literatura concerniente a los modelos de heteroscedasticidad condicional autorregresiva (*Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*, ARCH) se ha convertido en una de las más voluminosas dentro del ámbito del análisis de series temporales. En esta abundante literatura, sin embargo, no destacan cuantitativamente estudios en los que se analice el papel que desempeñan las observaciones atípicas (outliers) en el contexto de dichos modelos, algo que sí ha sido objeto de amplia consideración en los modelos lineales de series temporales<sup>1</sup>.

A pesar de lo señalado, estudios puntuales han confirmado cómo los outliers pueden producir distorsiones importantes en el análisis de series temporales con varianza heteroscedástica. En concreto, los outliers pueden distorsionar de forma importante las funciones de autocorrelación simple y parcial, herramientas utilizadas para la identificación de modelos ARCH (véanse, al respecto, los trabajos de Burnd y Ord, 1984; Tsay, 1986 y Balke, 1993). Además, los outliers también afectan negativamente al tamaño y potencia del contraste de los multiplicadores de Lagrange (LM), test utilizado habitualmente para detectar la presencia de efectos ARCH en una serie temporal, llevando a cometer importantes errores de especificación (Franses y van Dijk, 1997; Franses et al., 1998; van Dijk et al., 1999). Efectos perniciosos también han sido detectados en el ámbito de la estimación (Friedman y Laibson, 1989; Lamoureux y Lastrapes, 1990; Hotta y Tsay, 1998 y Sakata y White, 1998).

En lo que respecta a la predicción, resulta evidente que los outliers pueden afectar a la misma a través de los propios términos ARCH, pudiendo tener un efecto permanente en las predicciones como consecuencia del error de especificación cometido y los sesgos en la estimación de los parámetros. El análisis de los efectos que los outliers pueden tener en la predicción de la volatilidad, sin embargo, solo ha sido abordado de manera tangencial (Franses y van Dijk, 1999; Franses y Ghijsels, 1999; Park, 2002, McAleer, 2005).

El objetivo de este artículo es analizar el efecto de los outliers aditivos en la predicción de la varianza heteroscedástica en el contexto de un modelo ARCH.

Para centrar adecuadamente el trabajo resulta necesario efectuar algunas precisiones. En primer lugar, en el contexto de modelos ARCH resulta imprescindible distinguir, tal y como se ha propuesto ya en otros trabajos- ver, por ejemplo, Hotta y Tsay (1998) y Doornik y Ooms (2002)- entre dos tipos distintos de outliers: los outliers aditivos de nivel (*Additive Level Outliers*, ALO), que solo afectan al nivel de la serie sin producir efecto alguno en la varianza condicional, y los outliers aditivos de volatilidad (*Additive Volatility Outliers*, AVO) con efectos tanto sobre el propio nivel de la serie como

---

<sup>1</sup> Sin ánimo de exhaustividad cabe citar los trabajos de Chan (1995), Chang et al. (1988), Chen y Liu (1993a, 1993b), Chen y Tiao (1990), Hillmer (1984), Ledolter (1989), Peña (1990), Trávez (1994, 1995), Trávez y Nievas (1998) y Tsay (1988).

sobre la varianza condicional del modelo. Una segunda precisión a realizar es respecto al estadístico que utilizaremos para expresar analíticamente los efectos de los outliers mencionados. Se trata de averiguar cómo afectan los mismos a la predicción de la volatilidad de la serie, en términos de coste de exactitud. Para ello, y entre los distintos estadísticos disponibles, nos hemos decantado por el del error absoluto medio (*EAM*) frente al error cuadrático medio (*ECM*), por considerar que este último es menos adecuado en el contexto del presente trabajo al ser más sensible a los efectos de datos atípicos. Y finalmente, y como tercera precisión, señalar que el estudio lo vamos a efectuar en dos etapas distintas. En la primera, partiremos de una situación ideal, aunque irreal, consistente en suponer que conocemos los valores de los parámetros del modelo. Este supuesto nos permitirá analizar cuales son los efectos mínimos (sin implicaciones vía estimación) que producen los outliers en la predicción de la varianza condicional del modelo objeto de estudio: el ARCH(1), en concreto. Posteriormente, en una segunda etapa relajamos este supuesto y cuantificamos los efectos reales que se producirán al agregar los analizados en el apartado anterior con los ocasionados como consecuencia de los sesgos en las estimaciones que originan los outliers.

Para conseguir el objetivo reseñado, y de acuerdo con lo apuntado en los párrafos anteriores, el artículo se estructura como sigue. En la sección 2 comenzamos definiendo los outliers ALO y AVO en el contexto de los modelos ARCH; en la sección 3 analizamos, bajo el supuesto de parámetros conocidos, los efectos de los outliers mencionados en la predicción puntual de la volatilidad de la serie; en la sección 4 relajamos el supuesto de parámetros conocidos y concretamos los efectos totales de los outliers ALO y AVO tanto sobre las estimaciones de los coeficientes del modelo como sobre la predicción puntual de la volatilidad. El trabajo finaliza, sección 5, presentando las principales conclusiones.

## 2. OUTLIERS ADITIVOS DE NIVEL Y DE VOLATILIDAD EN MODELOS ARCH

El modelo de partida es el modelo de heteroscedasticidad condicional autorregresiva (ARCH) de orden  $p$ , esto es:

$$\varepsilon_t = \eta_t \sqrt{h_t} \quad (1)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 \quad (2)$$

donde

$$\eta_t \sim iiN(0,1)$$

$$\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, i = 1, \dots, p$$

y distribuyéndose  $\eta_t$  y  $\varepsilon_t$  independientemente.

Tomando como marco de referencia el modelo enunciado, en la literatura se define un outlier aditivo de nivel (*Additive Level Outlier*, ALO) como aquel suceso (cambio exógeno externo) que afecta a la serie temporal en un único instante ( $t = k$ ), causando un efecto inmediato y único de magnitud  $\omega$ , y sin afectar a la volatilidad de la serie.

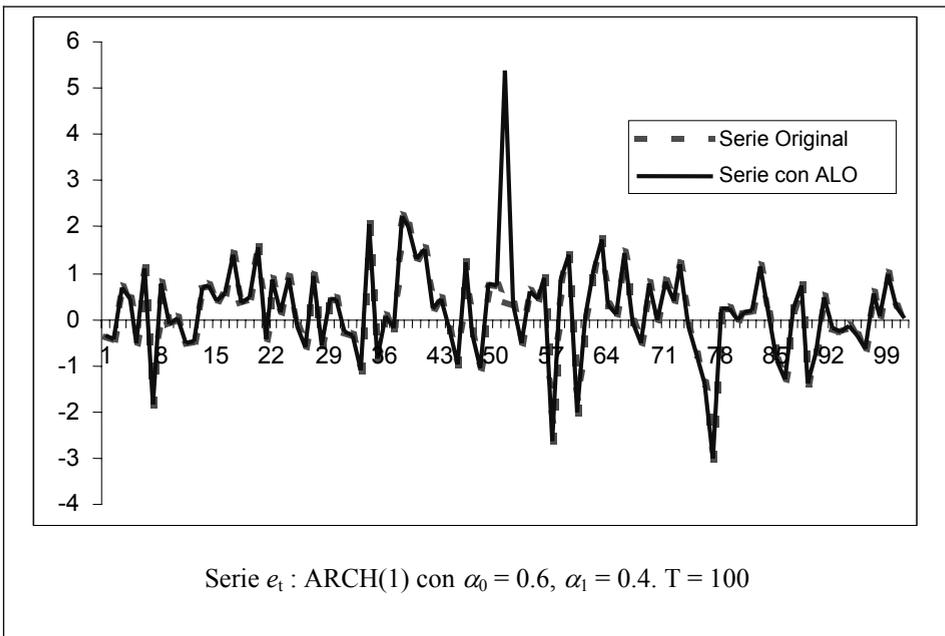
En consecuencia, centrándonos en el caso particular  $p = 1$  en (2), esto es, considerando el modelo ARCH(1), y denotando por  $e_t$  la serie con outliers y por  $h_t^*$  la serie de volatilidad afectada por los outliers, podemos expresar analíticamente los efectos de un outlier aditivo de nivel (ALO) de magnitud  $\omega$  que acontece en  $t = k$ , como sigue:

$$e_{k+j} = \begin{cases} \epsilon_k + \omega, & \text{para } j = 0 \\ \epsilon_{k+j}, & \forall j \neq 0 \end{cases} \quad (3)$$

$$h_{k+j}^* = h_{k+j}, \quad \forall j \quad (4)$$

En la Figura 1 se representa gráficamente el efecto de un ALO sobre una serie temporal de tamaño 100 que sigue un proceso ARCH(1).

**Figura 1: Efecto de un ALO en  $k = 50$ , con  $\omega = 5$**



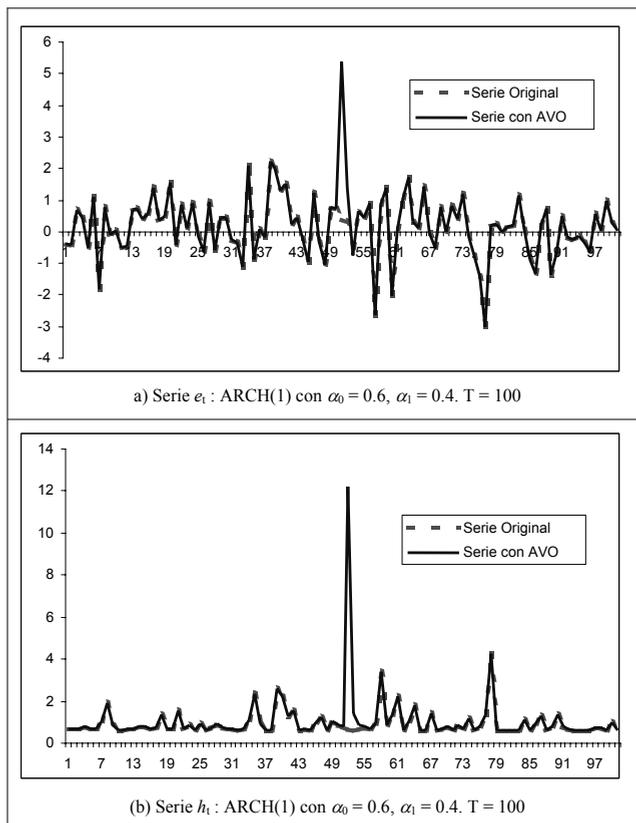
A diferencia del outlier de nivel, el outlier aditivo de volatilidad (*Additive Volatility Outlier, AVO*) sí que afecta a la serie de volatilidad; en concreto, se define como aquel suceso (cambio exógeno externo) que tiene lugar en el instante temporal  $t = k$ , y cuyo efecto se propaga en conformidad con el proceso ARCH subyacente, ya que afecta a la volatilidad de la serie, influenciando a los valores observados después de su ocurrencia.

Los efectos del AVO en el contexto del modelo ARCH(1) se concretan (ver la Figura 2) a partir de las siguientes expresiones:

$$e_{k+j} = \sqrt{\varepsilon_{k+j}^2 + \alpha_1^j \prod_{i=1}^j \eta_{k+i}^2 (2\omega\varepsilon_k + \omega^2)}, \quad j = 1, 2, \dots, T-k \quad (5)$$

$$h_{k+j}^* = \begin{cases} h_{k+1} + (2\omega\varepsilon_k + \omega^2)\alpha_1, & \text{para } j = 1 \\ h_{k+1} + (2\omega\varepsilon_k + \omega^2)\alpha_1^j \prod_{i=1}^{j-1} \eta_{k+i}^2, & \text{para } j = 2, \dots, T-k \end{cases} \quad (6)$$

**Figura 2: Efecto de un AVO en un ARCH(1) en  $k = 50$ , con  $\omega = 5$**



### 3. ERROR DE PREDICCIÓN EN UN MODELO ARCH (1) CON COEFICIENTES CONOCIDOS

Para un modelo ARCH (1) estacionario en covarianza, Engle y Bollerslev (1986) han obtenido la siguiente expresión del valor esperado de la varianza condicional  $s$  periodos hacia delante, con información disponible hasta  $T$ :

$$\hat{h}_T(s) = \sigma^2 + \alpha_1^{s-1} \left[ \hat{h}_T(1) - \sigma^2 \right], \text{ para } s > 1 \quad (7)$$

$$\text{siendo } \sigma^2 = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1}.$$

En esta sección se trata de evaluar los efectos que los outliers aditivos de nivel (ALO) y de volatilidad (AVO) tienen sobre la predicción de la serie de volatilidad; en concreto, se trata de expresar analíticamente cual es el incremento relativo en el error absoluto medio (*IEAM*) que se origina como consecuencia de los outliers mencionados. Y para ello, supondremos:

- Los coeficientes del modelo ARCH(1) son conocidos:
- El outlier de magnitud  $\omega$ , que acontece en el período  $k$ , ha sido ignorado.
- El origen de la predicción es  $T = k + r$  (esto significa que suponemos que el outlier tiene lugar  $r$  períodos antes del origen de la predicción).

Resulta evidente que suponiendo que los parámetros son conocidos, y dada la definición de un outlier aditivo de nivel (ALO) que se concreta en que deja invariable la serie de volatilidad del modelo, el *IEAM* ocasionado por un ALO es siempre nulo.

En consecuencia, en esta sección nos limitaremos a calcular la expresión analítica del *IEAM* ocasionado por un outlier de aditivo volatilidad (AVO). En este caso, y según vimos en (6), donde se expresa la relación entre la volatilidad afectada por el outlier AVO ( $\hat{h}_{k+j}^*$ ) y la no afectada por dicho outlier ( $\hat{h}_{k+j}$ ), el AVO afecta a la volatilidad de la serie temporal y, por tanto, la predicción de la volatilidad se ve afectada bajo el supuesto de parámetros conocidos.

A partir de (6) y (7) puede escribirse el predictor de la varianza condicional  $s$  períodos hacia delante, con información hasta  $T$  (o  $k + r$ ), como:

$$\hat{h}_{k+r}^*(s) = \sigma^2 + \alpha_1^{s-1} \left[ \hat{h}_{k+r}(1) + \alpha_1^{r+s} (2\omega\varepsilon_k + \omega^2) \prod_{i=1}^r \eta_{k+i}^2 - \sigma^2 \right] \quad (8)$$

Desde (8) podemos calcular el error de predicción mediante:

$$\begin{aligned} v_{k+r}^*(s) &= \hat{h}_{k+r+s}^* - \hat{h}_{k+r}^*(s) = \hat{h}_{k+r+s}^* - \sigma^2 - \alpha_1^{s-1} \left[ \hat{h}_{k+r}^*(1) - \sigma^2 \right] = \\ &= v_{k+r}(s) + \alpha_1^{r+s} (2\omega\varepsilon_k + \omega^2) \left[ \prod_{i=1}^{r+s-1} \eta_{k+i}^2 - \prod_{i=1}^r \eta_{k+i}^2 \right] \end{aligned} \quad (9)$$

Obsérvese cómo la expresión (9) relaciona el error de predicción que se comete cuando tiene lugar el outlier VO ( $v^*$ ) y cuando éste no sucede ( $v$ ). Para  $s = 1$ , el término que relaciona ambos errores de predicción se anula, de forma que para un horizonte de predicción de un período, la omisión de un AVO no tiene efecto sobre la predicción.

Asimismo, a partir de (9) resulta inmediato escribir el error absoluto medio ( $EAM$ ) de predicción, que será igual a:

$$EAM = \frac{1}{s} \sum_{m=1}^s |v_m^*| = \frac{1}{s} \sum_{m=1}^s \left| v_m + \alpha_1^{r+m} (2\omega\varepsilon_k + \omega^2) \left[ \prod_{i=1}^{r+m-1} \eta_{k+i}^2 - \prod_{i=1}^r \eta_{k+i}^2 \right] \right| \quad (10)$$

Y, por lo tanto, el incremento relativo en el error absoluto medio ( $IEAM$ ) de predicción que se origina como consecuencia de la presencia del outlier AVO es:

$$IEAM = \sum_{m=1}^s \frac{\alpha_1^{r+m} (2\omega\varepsilon_k + \omega^2) \left[ \prod_{i=1}^{r+m-1} \eta_{k+i}^2 - \prod_{i=1}^r \eta_{k+i}^2 \right]}{v_m} \quad (11)$$

Con el fin de analizar adecuadamente las implicaciones de la expresión analítica (11), y de profundizar en el análisis de los efectos de un AVO sobre el  $EAM$  de predicción de un modelo ARCH(1), hemos efectuado el siguiente experimento de Monte Carlo. Se han generado series (en concreto, 10000 replicaciones) a partir de un modelo ARCH(1) con dos conjuntos de valores de parámetros ( $\alpha_0 = 0.2, \alpha_1 = 0.8; \alpha_0 = 0.1, \alpha_1 = 0.6$ ) y considerando un tamaño muestral de 1200 datos, de los cuales los 100 primeros de cada serie se eliminan para evitar que los resultados dependan de las condiciones iniciales y los últimos 100 se utilizan para la predicción del modelo. Después, se obtienen las series  $e_t$  añadiendo los outliers correspondientes<sup>2</sup>. En el experimento se investigan los efectos de variar el porcentaje de outliers de la serie, la forma en la que se distribuyen los outliers a lo largo de la muestra, la magnitud del outlier y el horizonte de predicción. Hay que resaltar que, en nuestro caso, al tratarse de series generadas artificialmente mediante simulación de Monte Carlo, la verdadera volatilidad subyacente en el modelo es conocida, por lo tanto no es necesario trabajar con una aproximación de la misma tal y como proponían Pagan y Schwert (1990).

Los principales resultados obtenidos a partir del experimento comentado se incluyen en el Cuadro 1.

<sup>2</sup> Todo el experimento se ha desarrollado utilizando el programa informático GAUSS mediante programación elaborada por los autores del trabajo.

**Cuadro 1. Efectos sobre el IEAM de un AVO en un modelo ARCH(1) con parámetros conocidos**

$\alpha_0 = 0.2, \alpha_1 = 0.8$												
s	r = 1			r = 5			r = 10			r = 50		
	$\omega = 3$	$\omega = 5$	$\omega = 20$	$\omega = 3$	$\omega = 5$	$\omega = 20$	$\omega = 3$	$\omega = 5$	$\omega = 20$	$\omega = 3$	$\omega = 5$	$\omega = 20$
5	1081%	2990%	47776%	83%	240%	3767%	7%	18%	268%	0.0%	0.0%	0.0%
10	523%	1498%	24250%	63%	169%	2778%	5%	15%	277%	0.0%	0.0%	0.0%
50	89%	247%	4124%	18%	49%	856%	2%	8%	125%	0.0%	0.0%	0.0%
100	43%	120%	1954%	10%	31%	479%	1%	4%	63%	0.0%	0.0%	0.0%
$\alpha_0 = 0.1, \alpha_1 = 0.6$												
s	r = 1			r = 5			r = 10			r = 50		
	$\omega = 3$	$\omega = 5$	$\omega = 20$	$\omega = 3$	$\omega = 5$	$\omega = 20$	$\omega = 3$	$\omega = 5$	$\omega = 20$	$\omega = 3$	$\omega = 5$	$\omega = 20$
5	1565%	4394%	70836%	65%	173%	2842%	2%	6%	111%	0.0%	0.0%	0.0%
10	729%	2034%	32579%	42%	104%	1958%	2%	4%	65%	0.0%	0.0%	0.0%
50	124%	356%	5768%	13%	32%	519%	0.0%	1%	15%	0.0%	0.0%	0.0%
100	62%	174%	2831%	6%	17%	278%	0.0%	1%	13%	0.0%	0.0%	0.0%

Las principales conclusiones que pueden extraerse son las siguientes:

- El *IEAM* es menor cuanto más alejado del origen de la predicción acontece el AVO (esto es, cuanto mayor es el valor de  $r$ ).
- Existe una relación directa entre cuantía de los outliers y la magnitud de los efectos en el *IEAM*.
- Por lo general, a mayor valor de  $\alpha_1$  mayor *IEAM*, aunque también depende del momento en el que tenga lugar el outlier.
- Cuanto mayor es el horizonte de predicción ( $s$ ) menor es el *IEAM*.

#### 4. ERROR DE PREDICCIÓN EN UN MODELO ARCH(1) CON COEFICIENTES DESCONOCIDOS

Si los *parámetros del modelo no son conocidos*, habrá que estimarlos<sup>3</sup>, en cuyo caso se cometerán dos tipos de errores: i) un sesgo en las estimaciones de los coeficientes del modelo ARCH y ii) un incremento en el error absoluto medio de predicción

<sup>3</sup> El método de estimación utilizado será el de máxima verosimilitud, aplicando concretamente el algoritmo de optimización desarrollado por Berndt et al. (1974)

mínimo, esto es, originado aun sin tener en cuenta el sesgo mencionado. Por tanto, en caso de producirse outliers, y no tratarlos adecuadamente a la hora de obtener las predicciones puntuales a partir de los modelos ARCH, ambos efectos se combinarán, llegándose a inexactitudes en la predicción puntual de la volatilidad, debidas precisamente a la existencia de los outliers mencionados. En este caso con el fin de estimar el efecto que producen los distintos tipos de outliers sobre el error de predicción en un modelo con parámetros desconocidos, se realiza un experimento de Monte Carlo análogo al mencionado en la sección anterior, si bien en este caso los parámetros de los modelos ARCH(1) generados con y sin outliers son estimados, en el que se trata de separar los sesgos de predicción y estimación al comparar el efecto sobre el *EAM* bajo el supuesto de parámetros conocidos y desconocidos.

#### 4.1. Efectos de los Outliers aditivos de nivel (ALO)

En el Cuadro 2 se muestra el efecto sobre el error absoluto medio de predicción de los outliers aditivos en nivel (ALO) en un modelo ARCH(1), con parámetros conocidos y desconocidos. Consideramos el supuesto de outliers distribuidos consecutivamente (CS) en el centro de la serie, o bien repartidos de manera uniforme a lo largo de la serie temporal (IS), así como el efecto de variar el porcentaje de outliers de la misma.

**Cuadro 2. Efectos sobre el IEAM de múltiples ALO en un modelo ARCH(1)**  
( $\omega = 5$ )

Parámetros conocidos $\alpha_0 = 0.2, \alpha_1 = 0.8$							Parámetros desconocidos $\alpha_0 = 0.2, \alpha_1 = 0.8$						
NÚMERO DE OUTLIERS							NÚMERO DE OUTLIERS						
s	5% CS	5% IS	3% CS	3% IS	1% CS	1% IS	s	5% CS	5% IS	3% CS	3% IS	1% CS	1% IS
5	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	5	30%	1124%	22%	383%	16%	3999%
10	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	10	38%	486%	28%	257%	19%	1781%
50	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	50	73%	184%	51%	186%	31%	448%
100	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	100	88%	156%	62%	184%	129%	298%

Como puede observarse a partir de este cuadro, tal como ya habíamos señalado teóricamente en la sección anterior, bajo el supuesto de parámetros conocidos el *IEAM* es nulo; en consecuencia, todo el *IEAM* que aparece bajo el supuesto de parámetros desconocidos es consecuencia del sesgo de estimación. Como puede observarse en el cuadro las implicaciones, en términos de exactitud predictiva de la volatilidad, que conllevan los outliers de nivel como consecuencia de las deficientes estimaciones a que conducen dichos outliers, son ciertamente importantes. En el caso de que los outliers

se presenten en forma consecutiva, además, las inexactitudes tienden a aumentar a medida que se amplía el horizonte temporal de la predicción y, lógicamente, el porcentaje de outliers. Así, en el caso de un 5% de outliers se producen incrementos en el error absoluto medio de la predicción del 88% cuando la predicción se efectúa con un horizonte temporal de 100 períodos.

#### 4.2. Efectos de los Outliers aditivos de volatilidad (AVO)

En el Cuadro 3 se muestra el efecto sobre el error absoluto medio de predicción de los outliers de volatilidad (AVO) en un modelo ARCH(1), con parámetros conocidos y desconocidos.

**Cuadro 3. Efectos sobre el IEAM de múltiples AVO en un modelo ARCH(1)**

Parámetros conocidos $\alpha_0 = 0.2, \alpha_1 = 0.8$							Parámetros desconocidos $\alpha_0 = 0.2, \alpha_1 = 0.8$						
NÚMERO DE OUTLIERS							NÚMERO DE OUTLIERS						
s	5% CS	5% IS	3% CS	3% IS	1% CS	1% IS	s	5% CS	5% IS	3% CS	3% IS	1% CS	1% IS
5	0.0%	2969%	0.0%	10%	0.0%	2988%	5	173%	3183%	99%	591%	37%	3235%
10	0.0%	1495%	0.0%	10%	0.0%	1491%	10	222%	1882%	125%	491%	46%	1785%
50	0.0%	256%	0.0%	4%	0.0%	253%	50	524%	850%	269%	468%	95%	543%
100	0.0%	124%	0.0%	3%	0.0%	120%	100	711%	720%	351%	473%	119%	382%

Lo primero que podemos observar es que las implicaciones son mucho más importantes que en el caso anterior. Así, en para el caso análogo al comentado en el apartado anterior, esto es, el caso de un 5% de outliers que aparecen de forma consecutiva, el incremento en el error absoluto medio de la predicción efectuada 100 períodos hacia adelante asciende al 711%. Por otra parte, y al igual que ocurría con los outliers en nivel, en el caso de los outliers de volatilidad los efectos que estos ocasionan en la predicción de la varianza condicional difieren según cual sea la naturaleza de los outliers, esto es, si estos aparecen de manera consecutiva o aislada. Así, en el caso de *outliers consecutivos* prácticamente todo el IEAM que aparece en el Cuadro 3 es consecuencia del sesgo que se produce en la estimación de los parámetros, ya que al tener lugar el outlier en un momento muy alejado del origen de la predicción, apenas se produce sesgo en el error de predicción. Por el contrario, en el caso de *outliers aislados* al sesgo de predicción se une el sesgo de estimación, que en el caso de outliers aislados suele ser de mayor cuantía. Además, mientras que en el caso de los outliers consecutivos el IEAM es mayor cuanto mayor es el horizonte temporal de la predicción, en el caso de los outliers aislados esta relación es inversa, esto es, los efectos tienden a disminuir a medida que predecimos a más períodos vista.

## 5. CONCLUSIONES

En este artículo se ha examinado el efecto que producen los outliers de nivel y volatilidad en la predicción de la varianza condicional de un modelo ARCH(1), comprobando cómo la ignorancia de los mismos conduce a un incremento considerable en el error absoluto medio de predicción, error que se ve ampliado por los importantes sesgos que se producen en la estimación de los coeficientes del modelo. Parece, por ello, imprescindible el tratar adecuadamente los outliers en el contexto de los modelos ARCH, siendo de todo punto recomendable el encontrar un método adecuado, como los ya existentes en el análisis de series temporales lineales, que nos permita detectar y tratar adecuadamente las observaciones atípicas. En torno a esta línea de investigación caben, por tanto, desarrollos importantes.

## REFERENCIAS

- BALKE, N. S. (1993), "Detecting Level Shifts in Time Series". *Journal of Business & Economic Statistics*, 1, 81-92.
- BERNDT, E., HALL, B., HALL, R. Y HAUSMAN, J. (1974), "Estimation and Inference in Nonlinear Structural Models". *Annals of Economic and Social Measurement*, 3, 653-665.
- BURND, D. A. Y ORD, J. K. (1984), "The effect of Time Series Outliers on the Sample Autocorrelation Coefficient". *Proceedings of the Business and Economic Statistics Section, American Statistical Association*, 581-585.
- CHAN, W. S. (1995), "Understanding the Effect of Time Series Outliers on Sample Autocorrelations". *Test*, 4, 179-186.
- CHANG, I., TIAO, G. C. Y CHEN, C. (1988), "Estimation of Time Series Parameters in the presence of Outliers". *Technometrics*, 3, 193-204.
- CHEN, C. Y LIU, L.M. (1993a), "Joint Estimation of Models Parameters and Outlier Effects in Time Series". *Journal of the American Statistical Association*, 88, 284-297.
- CHEN, C. Y LIU, L. M. (1993b), "Forecasting Time Series with Outliers". *Journal of Forecasting*, 12, 13-35.
- CHEN, C. Y TIAO, G.C. (1990), "Random Level-Shift Time Series Models, ARIMA Approximations and Level-Shift Detection". *Journal of Business and Economic Statistics*, 8, 83-97.

- DOORNIK, J.A. Y OOMS, M. (2002): "Outlier Detection in GARCH Models". Working Paper. Nuffield College, University of Oxford.
- ENGLE, R.F. (1982), "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation". *Econometrica*, 50, 987-1008.
- ENGLE, R. F. Y BOLLERSLEV, T. (1986), "Modelling the Persistence of Conditional Variances". *Econometric Reviews*, 5, 1-50.
- FRANSES, P. H. Y GHIJSELS, H. (1999), "Additive Outliers, GARCH and Forecasting Volatility". *International Journal of Forecasting*, 15, 1-9.
- FRANSES, P. H. Y VAN DIJK, D. (1997), "Do we often find ARCH because of Neglected Outliers?" Working Paper, Econometric Institute report 9706/A.
- FRANSES, P. H. Y VAN DIJK, D. (1999), "Outlier Detection in GARCH Models". Econometric Institute Research Report.
- FRANSES, P.H., VAN DIJK, D. Y LUCAS, A. (1998), "Short Patches of Outliers, ARCH and Volatility Modelling". Discussion Paper 98-057/4, Tinbergen Institute, Erasmus University Rotterdam.
- FRIEDMAN, B. M. Y LAIBSON, D. I. (1989), "Economic Implications of Extraordinary Movements in Stock Prices". *Brookings Papers on Economic Activity*, 2, 137-185.
- HILLMER, S. C. (1984), "Monitoring and adjusting forecasts in the presence of additive outliers". *Journal of Forecasting*, 3, 205-215.
- HOTTA, L. Y TSAY, R. S. (1998), "Outliers in a GARCH Process". Working Paper, Graduate School of Business, University of Chicago.
- LAMOUREUX, C. Y LASTRAPES, W. D. (1990), "Persistence in Variance, Structural Change and the GARCH Model". *Journal of Business & Economic Statistics*, 8, 225-235.
- LEDOLTER, J. (1989), "The Effects of Additive Outliers on the Forecasts from ARIMA Models". *International Journal of Forecasting*, 5, 231-240.
- McALEER, M. (2005), "Automated Inference and Learning in Modeling Financial Volatility". *Econometric Theory*, 21, 232-261.
- PAGAN, A. R. Y SCHWERT, G. W. (1990), "Alternative Models for Conditional Stock Volatility". *Journal of Econometrics*, 45, 267-290.
- PARK, B. J. (2002), "An Outlier Robust GARCH Model and Forecasting Volatility of Exchange Rate Returns". *Journal of Forecasting*, 21, 381-393.
- PEÑA, D. (1990), "Influential Observations in Time Series". *Journal of Business & Economic Statistics*, 8, 235-241.
- SAKATA, S. Y WHITE, H. (1998), "High Breakdown Point Conditional Dispersion Estimation with Application to S&P 500 daily Returns Volatility". *Econometrica*, 66, 529-567.

- TRÍVEZ, F. J. (1994), "Efectos de los distintos tipos de outliers en las predicciones de modelos ARIMA". *Estadística Española*, 135, 21-58.
- TRÍVEZ, F. J. (1995), "Level Shifts, Temporary Changes and Forecasting". *Journal of Forecasting*, 14, 543-550.
- TRÍVEZ, F. J. Y NIEVAS, J. (1998), "Analyzing the Effects of Level Shifts and Temporary Changes on the Identification of ARIMA Models". *Journal of Applied Statistics*, 25, 409-424.
- TSAY, R. S. (1986), "Time Series Model Specification in the Presence of Outliers". *Journal of the American Statistical Association*, 81, 1321-1341.
- TSAY, R. S. (1998), "Outliers, Level Shifts, and Variance Changes in Time Series". *Journal of Forecasting*, 7, 1-20.
- VAN DIJK, D., FRANSES, P. H. Y LUCAS, A. (1999), "Testing for Smooth Transition Nonlinearity in the Presence of Outliers". *Journal of Business and Economic Statistics*, 17, 217-235.

